

FIZIČKE VELIČINE I MJERNE JEDINICE

$$\text{fizička veličina} = \text{iznos} + \text{mjerNA JEDINICA} \left[\text{FIZIČKA DIMENZIJA} \right]$$

(koliko?) (čega?) (što je to?)

npr. $t = 14.28 \text{ s}$ [T - vrijeme]

$|\vec{v}| = 12.54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [$\frac{\text{L}}{\text{T}}$ - brzina]

→ vrste: SKALARI (SAMO IZNOS; npr. vrijeme, temperatura ...)

VEKTORI (IZNOS & SMJER; npr. brzina, sila ...)



ima ih
još, ali nama
neće trebati...
(npr. TENZORI)

→ moguć zapis kao umnožak „smjera“ i „duljine“:

$$\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \hat{a} \rightarrow \text{JEDINIČNI vektor u tom smjeru } (|\hat{a}|=1)$$

→ iznos/„duljina“ (koliko „puta“ po $\hat{a}$)

- IZNOS - „znanstveni“ zapis broja... $a \cdot 10^b$; $a \in [1, 10)$, $b \in \mathbb{Z}$

{ ne treba se držati doslovno; koristiti
zdravi razum i praktičnost...
npr. $a \in [0.1, 100)$

RED
VELIČINE !

podsjetnik: $10^0 = 1$

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$$

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

$$\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$$

- MJERNA JEDINICA - opis dan fizičkim procesom, npr.

1 SEKUNDA = $\frac{1}{24 \cdot 3600}$ dio vremena potrebnog da se Sunce vrati na isto mjesto na nebu (POVJESNO), Ili

(MODERNO) vrijeme potrebno da jedan atom Cezija-133 napravi 9 192 631 770 prijelaza između svojih dva tzv. hiperfina stanja!

1 METAR = $\frac{1}{10\,000\,000}$ dio udaljenosti od sjevernog pola do ekvatora (po meridijanu kroz Pariz, POVJESNO), Ili duljina metalnog štapa pohranjenog u Parizu,

(MODERNO) Ili udaljenost koju SVJETLOST prođe tijekom

$$\frac{1}{299\,792\,458} \text{ sekunde}$$

brzina
svjetlosti

- postoji više (proizvoljno puno) mjernih jedinica za istu fizičku dimenziju (npr. metar, inch, stopa, jard, milja, ...)

- SI: standardni međunarodni sustav jedinica

- 7 osnovnih ! (sve druge su izvedene iz njih)

1) vrijeme $[T]$ - sekunda (s)

2) dužina $[L]$ - metar (m)

3) masa $[M]$ - kilogram (kg)

4) jakost struje $[I]$ - Ampere (A) !

naboj $[Q]$ - Coulomb (C)

5) temperatura $[Θ]$ - Kelvin (K)

$0^{\circ}\text{C} = 273.15\text{ K}$; " $1^{\circ}\text{C} = 1\text{ K}$ " - relativno

6) množina tvari $[N]$ - mol

{ 7) svjetlosna jakost $[J]$ - candela (cd)
(luminacijski intenzitet) }

trenutno
definirano
preko 7

konstanti
prirode ...

c, h, e, k_B, N_A +

$\Delta V_{cs}, K_{cd}$

nećemo koristiti

- SVE druge su izvedene i imaju nazive iz

povijesno-društvenih razloga, ne nazivosti [npr. Newton...]

(kombinacije osnovnih određene zakonima fizike/prirode !)

- PRAVILO: ako je više istih uvijek se piše kao potencija -

npr. $m \cdot m \cdot m = m^3$ (volumen) ili $\frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$ (akceleracija)

- METRIČKI PREFIKSI - slova s brojčanom vrijednošću!

(uvijek se mogu „pretvoriti“ u broj ili zamijeniti slovom)

- kombiniraju se s mjernom jedinicom (po potrebi)

deci (d) = 10^{-1}	1	deka (da) = 10^1
centi (c) = 10^{-2}		hecto (h) = 10^2
mili (m) = 10^{-3}		kilo (k) = 10^3
micro (μ) = 10^{-6}		mega (M) = 10^6
nano (n) = 10^{-9}		giga (G) = 10^9
piko (p) = 10^{-12}		tera (T) = 10^{12}
femto (f) = 10^{-15}		peta (P) = 10^{15}
... ..		

(koristiti iz praktičnosti i uz zdravu razumu...)

- DIMENZIONALNA ANALIZA - provjeravanje točnosti rezultata ili „pogodtanje“ odnosa ili slično koristeći samo informaciju o DIMENZIJ fizičke veličine!

Primer: brzina zvuka u zraku v_z ^{dužina} $[LT^{-1}]$... ^{„kroz“ vrijeme}

→ Parametri / svojstva zraka koja dolaze u obzir:

- gustoća: $\rho_{\text{zrak}} [M \cdot L^{-3}]$ (masa „kroz“ volumen)

- tlak: $p_{\text{zrak}} [F \cdot L^{-2} = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^{-2} = M \cdot T^{-2} L^{-1}]$ (sila „kroz“ površina...)

(temperatura određuje gustoću i tlak, dakle POSREDNO)

Znajući da moramo dobiti BRZINU, dakle $\frac{\text{DUŽINA } [L]}{\text{VRIJEME } [T]}$, pokušavamo „pogoditi“ pravu kombinaciju...

$$\Rightarrow \frac{p_{\text{zrak}}}{\rho_{\text{zrak}}} \left[\frac{M T^{-2} L^{-1}}{M L^{-3}} = \frac{L^2}{T^2} \right]$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v_z \propto \sqrt{\frac{p_{\text{zrak}}}{\rho_{\text{zrak}}}}}} \approx \sqrt{\frac{1013 \text{ kPa}}{1.2 \text{ kg/m}^3}} = 290 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(točna formula: $v_z = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \approx 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

↑ 1.4 za zrak

↑ pri 20°C

Računanje s fizičkim veličinama

1) Zbrajanje / oduzimanje

↳ samo ako su ISTIH DIMENZIJA (i iste vrste)

(inače „kruške“ i „jabuke“... $1\text{m} + 1\text{s} = ?!?$)

↳ iznosi se mogu zbrojiti samo ako su mjerne jedinice

ISTE → PRETVORBA MJERNIH JEDINICA !

→ svaka mjerna jedinica znači NEŠTO,

npr. „m“ = 1m, mi = 1mi = 1.6 km $\Rightarrow 1\text{km} = \frac{1}{1.6}\text{mi}$, ...

→ „TRIK“: uvijek se bilošto može pomnožiti s 1 ($1 \cdot x = x$),
a $\frac{b}{b} = 1$ kada je „b“ BILOŠTO !

Primjeri: 1) $1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1 \frac{10^3 \text{ m}}{60 \cdot 60 \text{ s}} = \frac{1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2) $1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \cdot \frac{10^3}{10^3} \frac{\text{m}}{\frac{3600}{3600} \text{ s}} = \frac{3600}{10^3} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

3) $1 \text{ mi} = 1.9 \text{ km}$

$3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 3.6 \frac{1}{1.9} \frac{\text{mi}}{\text{h}} = \frac{3.6}{1.9} \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 1.9 \text{ čv}$

$$\begin{aligned}
 4) \quad 1.23 \text{ km} &= 1.23 \cdot 10^3 \text{ m} = 1.23 \cdot 10^3 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \text{ m} = \\
 &\quad \text{(u nm)} \\
 &= 1.23 \cdot 10^{3+9} \text{ nm} = 1.23 \cdot 10^{12} \text{ nm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5) \quad 157 \mu\text{m} + 0.13 \text{ cm} &= 157 \cdot 10^{-6} \text{ m} + 0.13 \cdot 10^{-2} \text{ m} = \\
 &= 0.157 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} \text{ m} + 1.3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} \text{ m} = \\
 &= 0.157 \cdot 10^{-3} \text{ m} + 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \\
 &= 1.457 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

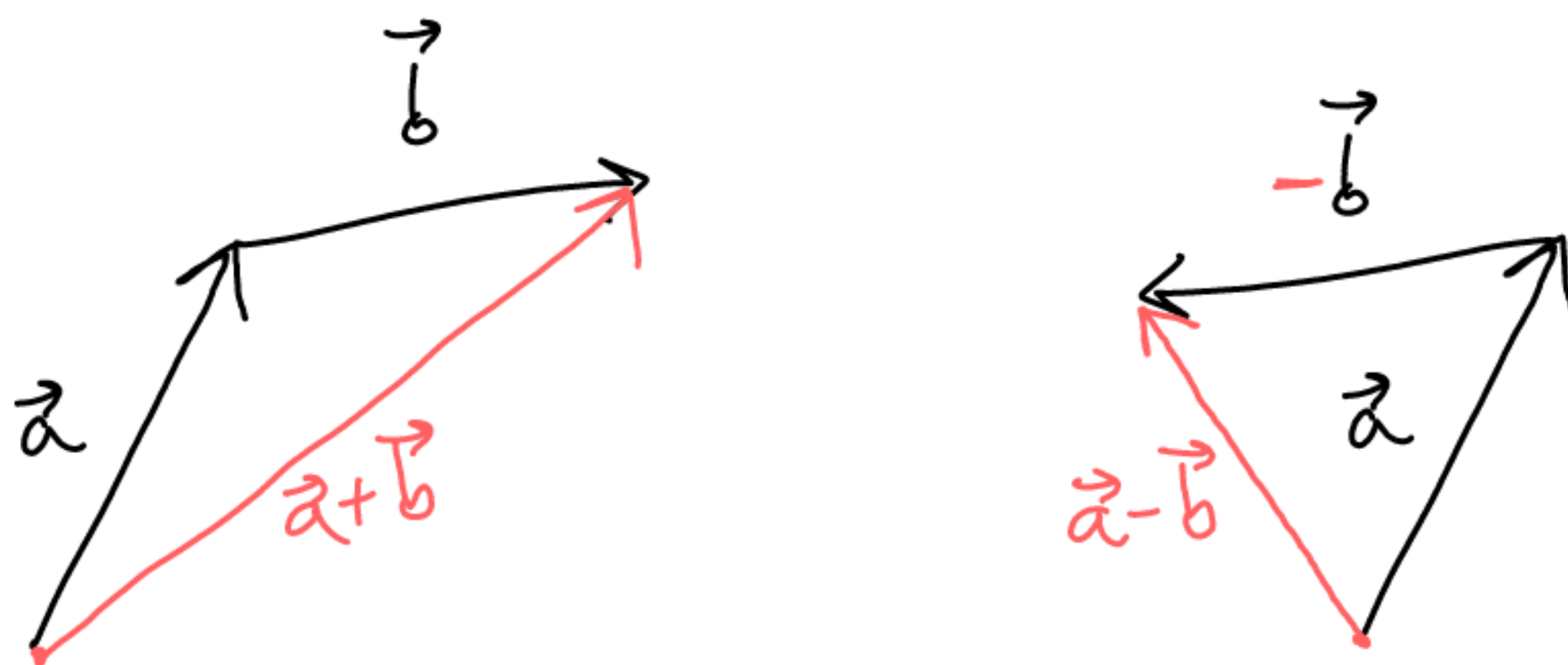
$$\begin{aligned}
 6) \quad 14 \text{ dm}^3 &= 14 \cdot (10^{-1} \text{ m})^3 = 14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\
 &\quad (= 14 \text{ L}) \\
 &= 14 \cdot (10^2 \cdot 10^{-2} \text{ dm})^3 = 14 \cdot (10^2)^3 \cdot (10^{-3} \text{ m})^3 = \\
 &= 14 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 = 1.4 \cdot 10^7 \text{ mm}^3 \\
 &= 14 \cdot 10^{-3} (10^{-3} \cdot 10^3 \text{ m})^3 = 14 \cdot 10^{-3-9} \text{ km}^3 = \\
 &= 1.4 \cdot 10^{-11} \text{ km}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7) \quad 5 \text{ hL} &= 5 \cdot 10^2 \text{ L} = 500 \text{ L} = \\
 &= 500 \text{ dm}^3 = 500 \cdot (10^{-1})^3 \text{ m}^3 = 0.5 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

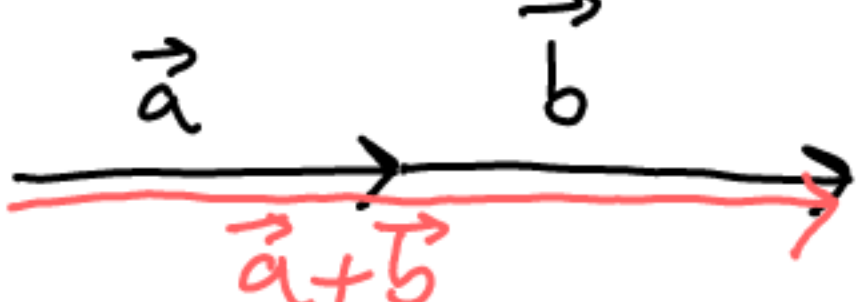
→ zbrajanje VEKTORA - može ih se slobodno pomicati! (TRANSLATIRATI)

↳ spajanje kraja jednog i početka drugog!

→ ODUZIMANJE = zbrajanje s negativnim! Negiranje ne mijenja iznos, samo okreće smjer na suprotan...



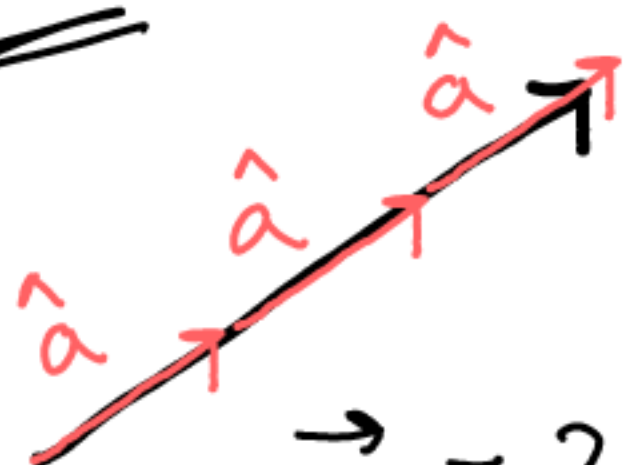
→ ako je ISTI smjer samo se zbroje/oduzmu

IZNOSI ... npr.  $|\vec{a+b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$

podsetnik: $\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \hat{a}$ → jedinični vektor u smjeru vektora $\vec{a}$ ($|\hat{a}| = 1$)

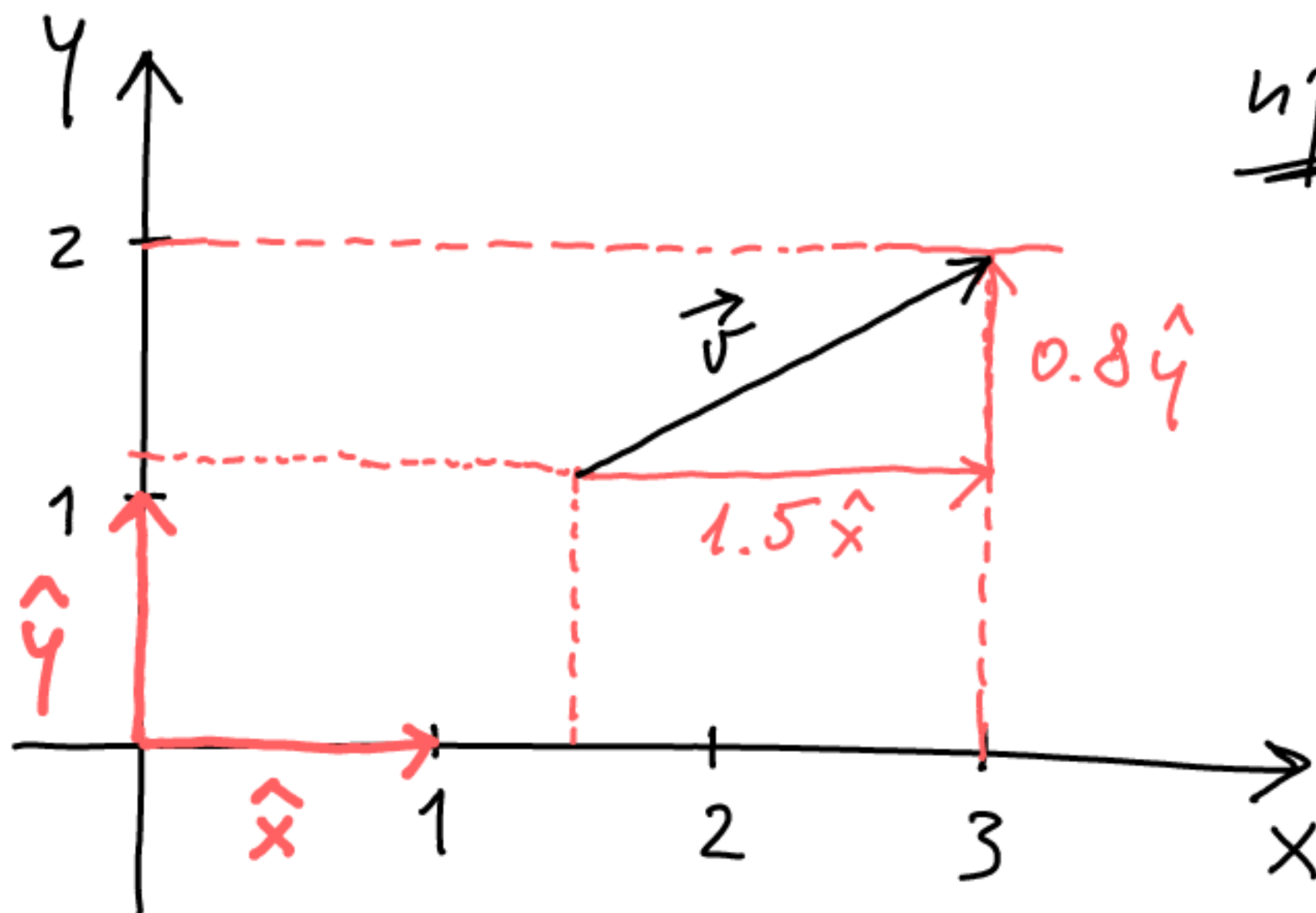
↳ "dužina"/iznos vektora; koliko "puta" po $\hat{a}$...

npr.



$$\vec{a} = 2.8 \hat{a} \Rightarrow \begin{cases} |\vec{a}| = 2.8 \\ |\hat{a}| = 1 \end{cases}$$

⇒ RASTAV NA KOMPONENTE - prikaz/zapis jednog vektora kao zbroja 2 čiji smjerovi se poklapaju sa smjerovima koordinatnih osi !



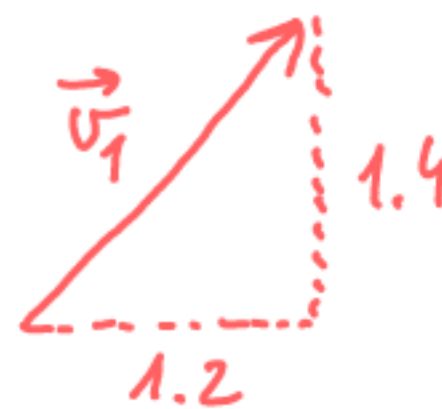
npr. $\vec{v} = 1.5 \hat{x} + 0.8 \hat{y}$

← čitaj: 1.5 u smjeru x-osi
pa 0.8 u smjeru y-osi
(od bilo koje točke)

$\hat{x}/\hat{y}/\hat{z}$ - JEDINIČNI VEKTORI U SMJERU x/y/z osi

→ omogućava matematički zapis vektora i jednostavno računanje s njima !

Primjer: $\vec{v}_1 = 1.2 \hat{x} + 1.4 \hat{y}$
 $\vec{v}_2 = 0.7 \hat{x} - 1.7 \hat{y}$



$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = (1.2 \hat{x} + 1.4 \hat{y}) + (0.7 \hat{x} - 1.7 \hat{y}) =$$

$$= (1.2 + 0.7) \hat{x} + (1.4 - 1.7) \hat{y} = 1.9 \hat{x} - 0.3 \hat{y}$$



$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = (1.2 \hat{x} + 1.4 \hat{y}) - (0.7 \hat{x} - 1.7 \hat{y}) =$$

$$= (1.2 - 0.7) \hat{x} + (1.4 + 1.7) \hat{y} = 0.5 \hat{x} + 3.1 \hat{y}$$



2) Množenje / dijeljenje - po zakonima fizike/formulama

! UNIVERZALNI NAČIN/POSTUPAK: „brojevi“ ($[0.1, 100]$) na jednu „stranu“ (lijevo), mjerne jedinice na drugu (desno), potencije broja 10 (redovi veličine) u „sredinu“ !

→ „duplikati“ mjernih jedinica u potencije ...

(npr. $m \cdot m \cdot m = m^3$, $s \cdot s = s^2$ itd.)

→ izdvajanje / prilagođavanje metričkih prefiksa ...

(korištenje „množenja s jedinicom“)

Primjeri:

$$1) F = \frac{363 \text{ g} \cdot 50 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{3 \text{ ms}} = \frac{363 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}} =$$

$$= \frac{0.363 \cdot 50}{3} \cdot 10^6 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 5.121 \cdot 10^6 \text{ N} = 6.05 \text{ MN}$$

načinit/pohovit ćemo...

$$2) F = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 2.2 \text{ t}}{(6370 \text{ km})^2} =$$

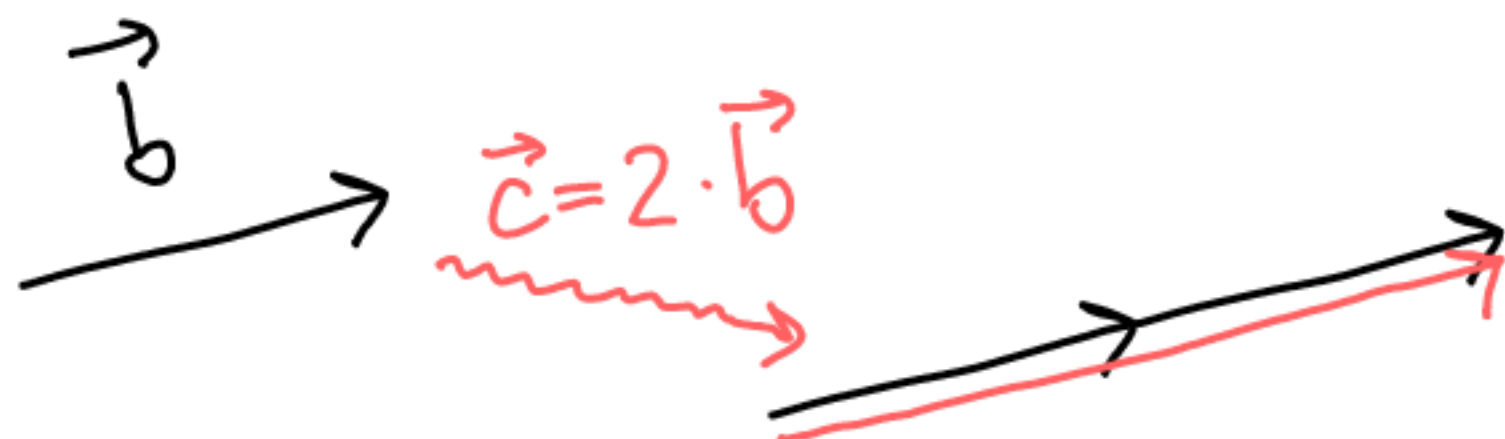
$$= \frac{6.67 \cdot 5.97 \cdot 2.2}{(6.37)^2} \cdot \frac{10^{-11} \cdot 10^{24} \cdot 10^3}{(10^6)^2} \cdot \frac{\cancel{\text{m}^3} \cdot \cancel{\text{kg}^2}}{\cancel{\text{kg}} \cdot \cancel{\text{s}^2} \cdot \cancel{\text{m}^2}} =$$

$$= 2.16 \cdot 10^4 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{21.6 \text{ kN}}}$$

→ množenje / dijeljenje VEKTORA SA SKALAROM $\Rightarrow$ vektor

↳ mijenja samo iznos, smjer ostaje isti...

npr. $\vec{c} = a \cdot \vec{b} = a \cdot |\vec{b}| \cdot \hat{b} = \underbrace{(a \cdot |\vec{b}|)}_{=|\vec{c}|} \hat{b} = \hat{c}$



→ MNOŽENJE 2 VEKTORA ... (detalji kada će nam trebati)

↳ skalarni produkt – tako da se dobije skalar ...

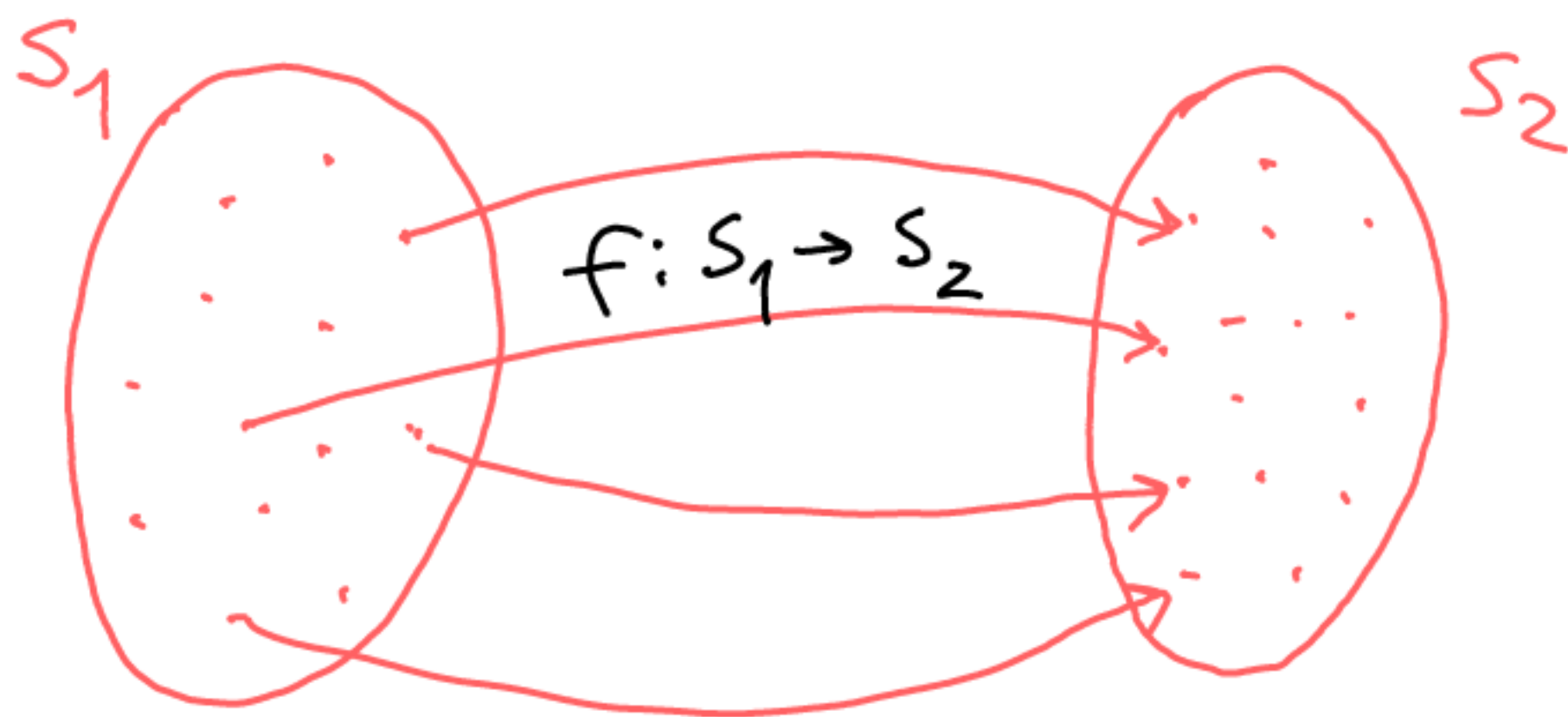
↳ vektorski produkt – tako da se dobije vektor ...
(okomit na oba „faktora“)

→ DJELJENJE S VEKTOROM – NJE DEFINIRANO !

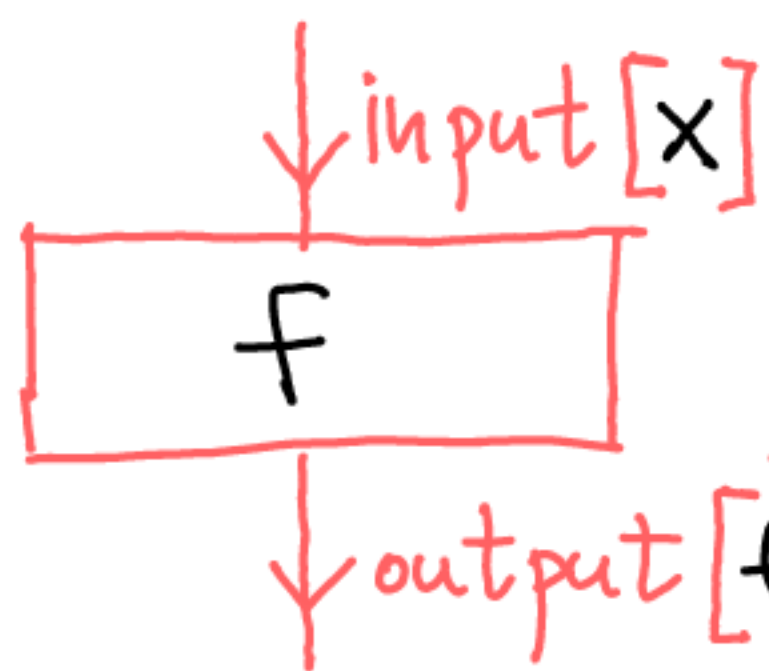
(ne postoji, ne može se, nema smisla ...)

FUNKCIJE

→ formalno: pridruživanje svakom elementu jednog skupa (S_1) točno jednog elementa drugog skupa (S_2)



→ neformalno: „nešto“ što za svaki dozvoljeni „ulaz“ (INPUT) daje neki određeni „izlaz“ (OUTPUT)



čita se „f od x“, pri čemu je „f“ naziv funkcije, a „x“ naziv varijable (u ovom slučaju)

U fizici FUNKCIJA predstavlja neki fizički koncept kao takav, odnosno neko SVOJSTVO FIZIČKOG SUSTAVA, npr. položaj (x) ili brzinu (v), koje OVISI o nekim drugim svojstvima fizičkog svijeta, npr. vremenu (t) ili položaju (x).

Ono o čemu funkcija ovisi zove se VARIJABLA. Varijabla predstavlja SVE moguće tj. dozvoljene ulaze funkcije, odnosno u fiziici varijabla predstavlja FIZIČKO SVAJSTVO (kao koncept) o kojemu neka funkcija ovisi, npr. vrijeme (t), a NE neku konkretnu fizičku veličinu poput nekog određenog trenutka.

To se označava zapisom oznake varijable u zagradi iza oznake funkcije, da se naglasi da ta oznaka u matematičkom zapisu funkcije predstavlja baš varijablu (datle ovisnost) koja može poprimiti beskonačno različitih vrijednosti, a NE neku konstantu ili NEPOZNANICA (datle fizičku veličinu s točno određenim iznosom).

Funkcije, datle, služe za matematički zapis (među)ovisnosti fizičkih svojstava, npr. kako položaj nečega ovisi o vremenu tj. kako se mijenja u vremenu, i to bi se npr. zapisalo kao $x(t)$.

Funkcije mogu imati i više varijabli, ako opisuju stvari koje ovise o više drugih stvari istovremeno, npr. $f(x, y, z)$.

ULAZ funkcije je onda konkretna fizička veličina kao REALIZACIJA varijable (npr. neki konkretan trenutak, ako je varijabla vrijeme), a IZLAZ funkcije je konkretna fiz. veličina kao REALIZACIJA funkcije za točno taj ulaz (npr. neki konkretan položaj u nekom trenutku, za $x(t)$).

FUNKCIJA, dakle ta neka međuvisnost fizičkih svojstava, u pravilu se može zapisati kao matematički izraz. Na

primjer: $x(t) = 2 \frac{m}{s} \cdot t[s] + 3 m$ → FIZIČKE VELIČINE koje su KONSTANTE (što ovdje predstavljaju?)

↓
FUNKCIJA,
u ovom slučaju
položaj nečega u
ovisnosti o vremenu;
to bi se čitalo „x od t“

↓
VARIJABLA,
može biti bilo koji trenutak (u odnosu na
neki proizvoljni početni trenutak)

U trenutku $t = 0s$ položaj je $x(0) = 2 \frac{m}{s} \cdot 0s + 3m = \underline{3m}$.

To bi se čitalo „x od 0 je 3“. Mjerne jedinice se često ne pišu nego podrazumijevaju iz konteksta.

Taj konkretan položaj se može onda označiti nekom posebnom oznakom, npr. x_0 , ako za to postoji potreba iz praktičnih razloga.

Kada postoji matematički izraz za neku funkciju onda se može izračunati izlaz za svaki mogući ulaz; na primjer za $x(t) = 2 \cdot t + 3$ s prethodne stranice:

$$\text{za } t=0 \rightarrow x(0) = 3 + 0 = 3 \text{ m}$$

$$\text{za } t=1 \rightarrow x(1) = 3 + 2 \cdot 1 = 5 \text{ m}$$

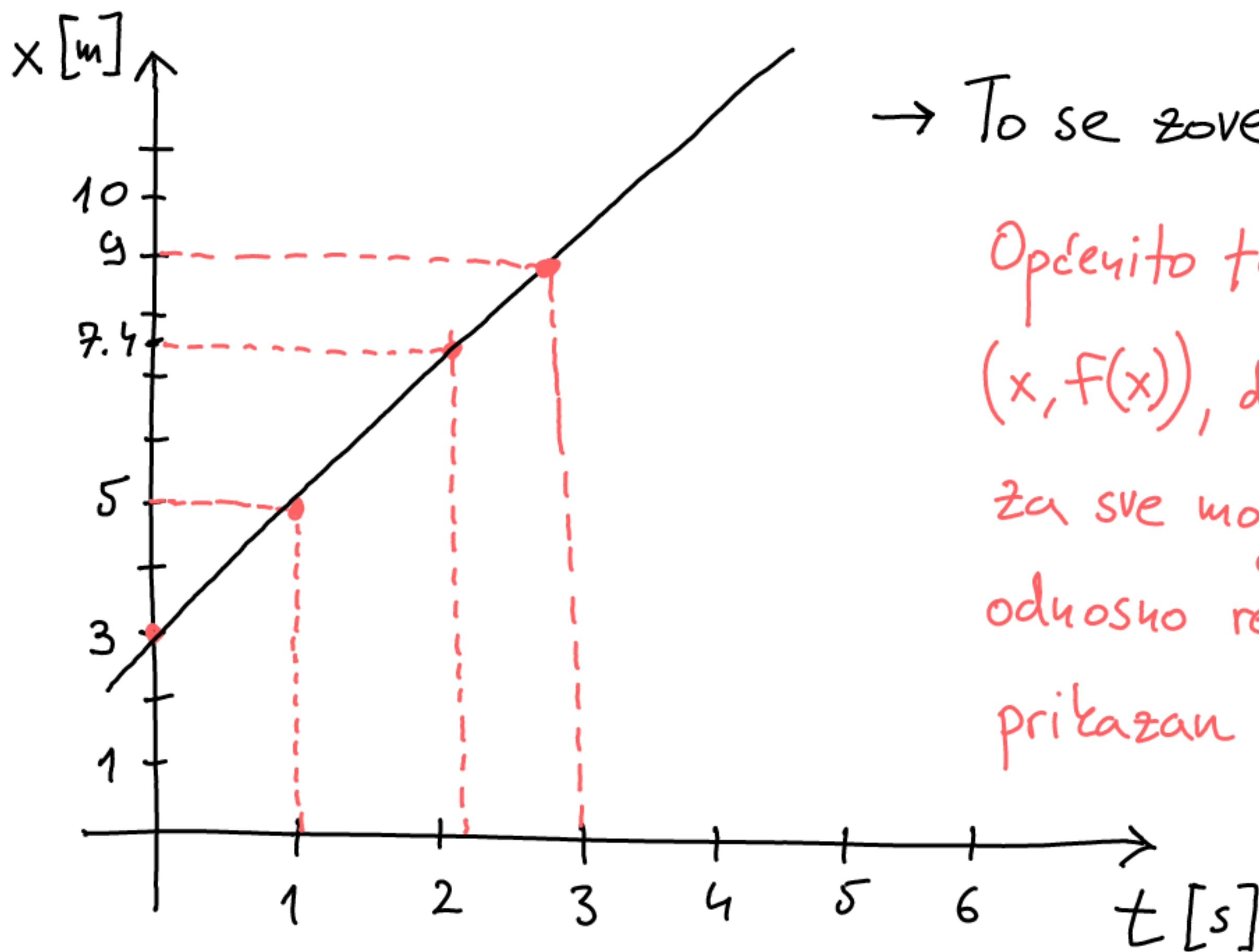
$$\text{za } t=2.2 \rightarrow x(2.2) = 3 + 2 \cdot 2.2 = 7.4 \text{ m}$$

itd.

⋮

⋮

Svi ti ulazi i izlazi mogu se prikazati u koordinatnom sustavu...



→ To se zove GRAF FUNKCIJE !

Općenito to je skup točaka $(x, f(x))$, dakle ("input", "output"), za sve moguće/dozvoljene ulaze, odnosno realizacije varijable, prikazan u koordinatnom sustavu.

Linearna funkcija

↳ funkcija oblika: $f(x) = k \cdot x + l$

ime funkcije varijabla neke konstante (slova nevažna)

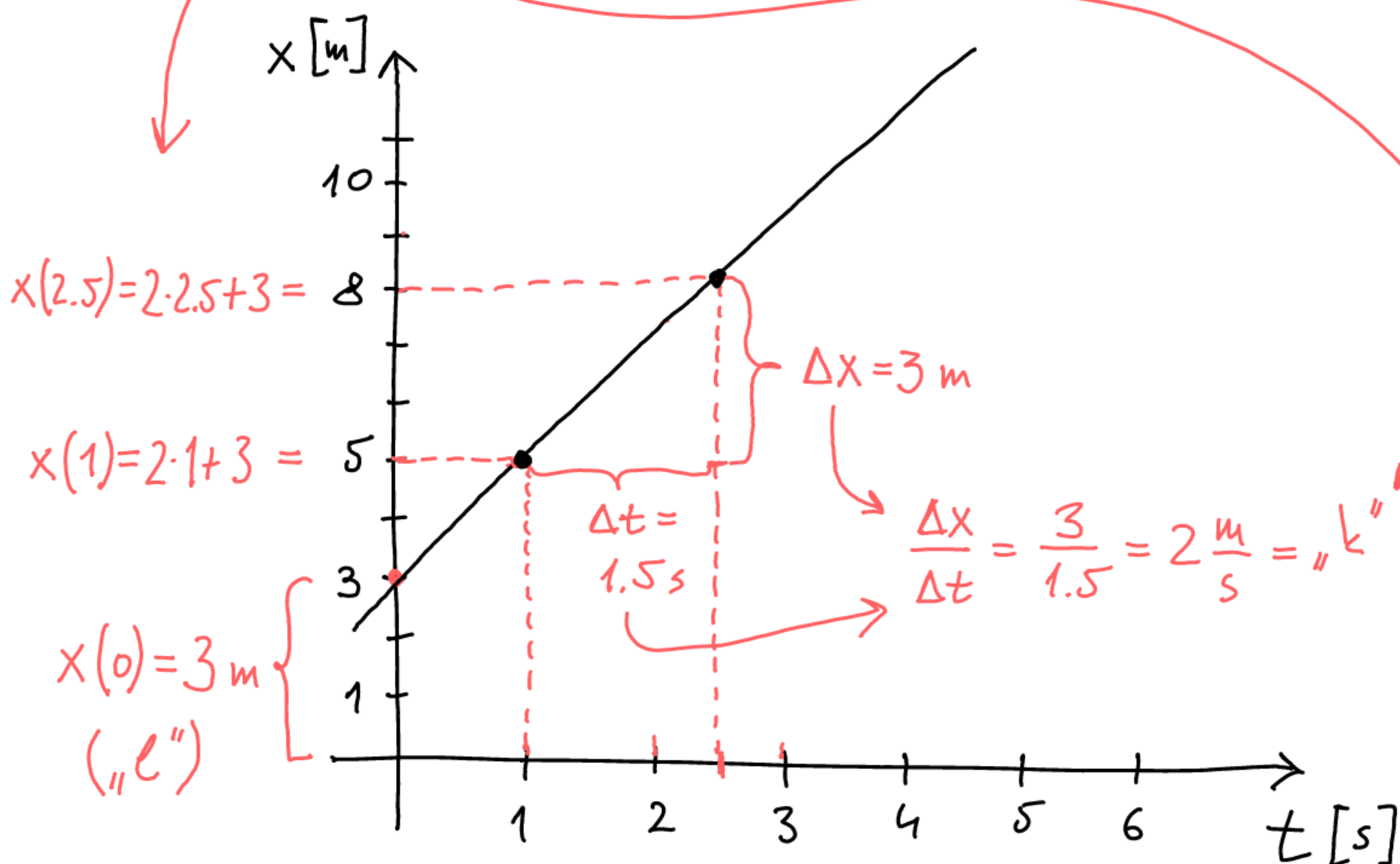
→ predstavlja JEDNOLIKU promjenu (funkcije o varijabli)

⇒ graf će biti PRAVAC

↳ k = NAGIB pravca ! $\left[\frac{\Delta f}{\Delta x} \right] !$

↳ l = odsječak na "y"-osi
 $[f(0) = l] !$

npr. $x(t) = 2 \cdot t + 3$ (primjer s prošle stranice)



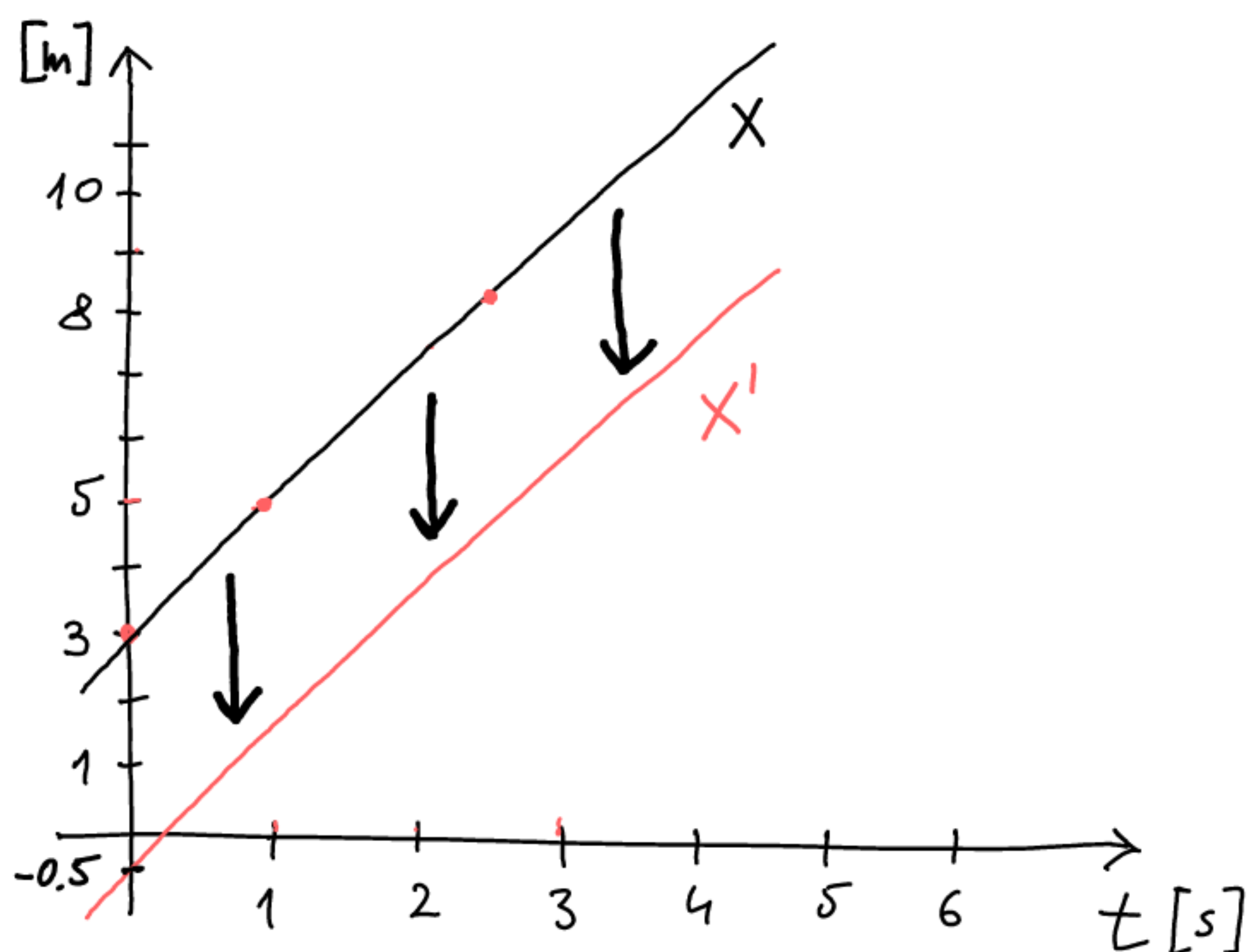
Transformacije funkcija:

1) $f'(x) = f(x) \pm a \Rightarrow$ pomak gore/dolje

npr. za $x(t) = 2t + 3$

$$\begin{aligned} x'(t) &= x(t) - 3.5 = \\ &= (2 \cdot t + 3) - 3.5 = \\ &= 2 \cdot t - 0.5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ pomak prema
"dolje" za 3.5



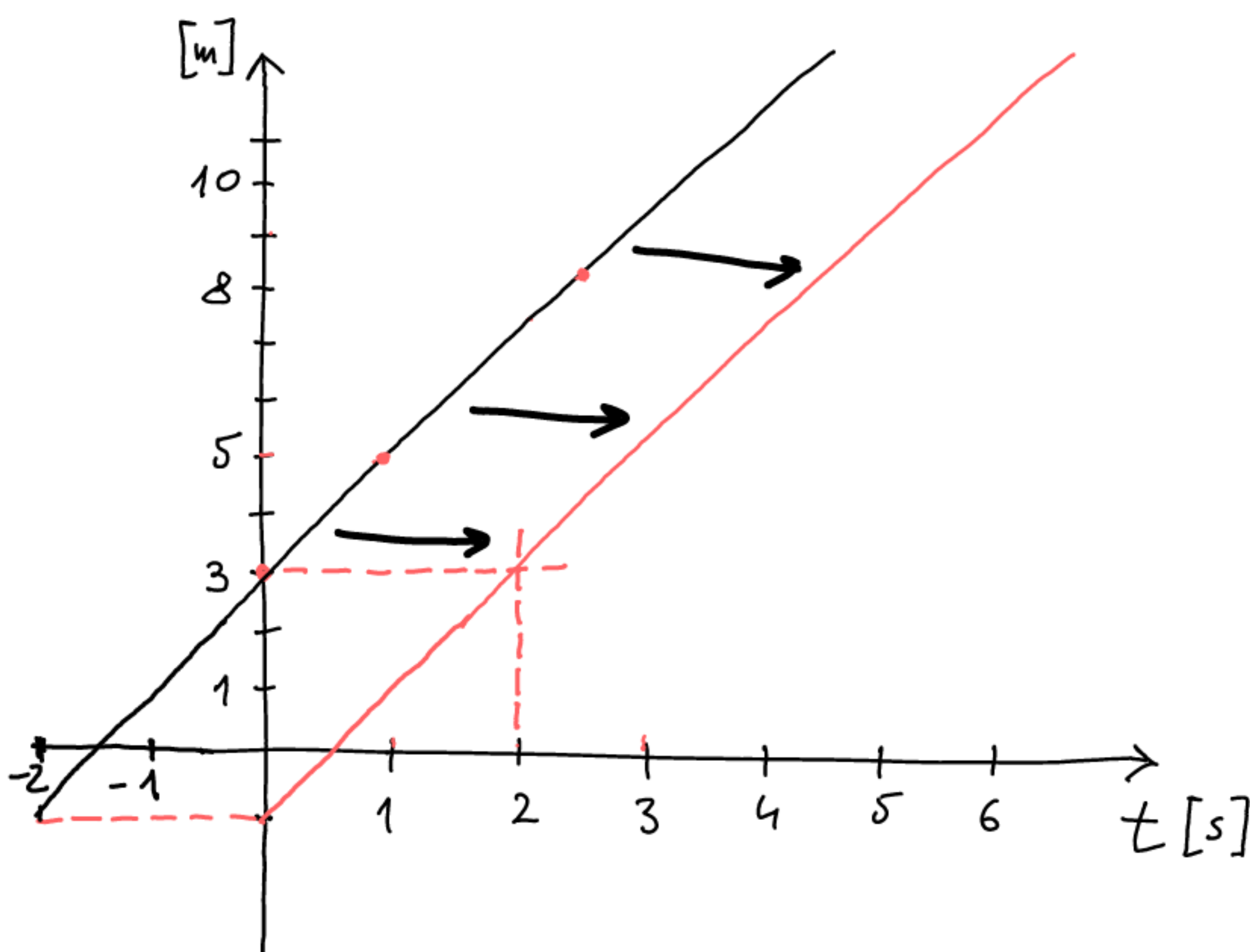
2) $f'(x) = f(x \pm a) \Rightarrow$ pomak lijevo/desno

npr. za $x(t) = 2t + 3$

$$\begin{aligned} x'(t) &= x(t - 2) = \\ &= 2 \cdot (t - 2) + 3 = \\ &= 2t - 1 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ pomak "u desno"
za 2

$$\begin{bmatrix} x'(0) = x(-2) \\ x'(2) = x(0) \end{bmatrix}$$



$$\left. \begin{array}{l} 3) f'(x) = a \cdot f(x) \Rightarrow \text{"rastezanje"/"skupljanje" u "y" smjera} \\ 4) f'(x) = f(a \cdot x) \Rightarrow \text{"rastezanje"/"skupljanje" u "x" smjera} \end{array} \right\}$$

(za sad nepotrebno, ali za razmisliti, probati nacrtati i razumjeti...)

(posebna skupina funkcija u fizici...)

→ POLJE (Field) - funkcija koja ovisi o položaju u prostoru - $f(x, y, z)$ koordinata
točke u prostoru

→ SKALARNO POLJE - svakoj točki prostora pridružuje skalar (samo iznos)

npr. TEMPERATURA ili TLAK

→ VEKTORSKO POLJE - svakoj točki prostora pridružuje vektor (iznos + smjer)

npr. GRAVITACIJSKO POLJE ili
VJETAR (kretanje zraka)