

Prikupljanje, obrada i prikaz podataka

- načini mjerenja (instrumenti):

- dužina: metar (metre rule)

pomično merilo (Vernier calliper)

mikrometarSKI vijak (micrometer screw gauge)

— — —

- vrijeme: stoperica (stopwatch)

...

- masa / težina: vaga (balance, scale)

Spring, lever $\rightarrow$ top paw

- kut : kutomjer (protractor)

- zapis mjerenja : $\underbrace{(\text{srednja}) \text{ vrijednost}}_{\text{(mean/average) value}} \pm \underbrace{\text{neodređenost}}_{\text{(uncertainty/error) (pogreška)}}$

$$X = \bar{X} \pm \Delta X$$

best guess na osnovu mjerenja...

različite vrste/
izvori ...

(srednja) VREDNOST se uvijek zapisuje na preciznost
neodređenosti, a NEODREĐENOST se zaokružuje
na PRVU (iznimno 2) značajnu znamenku !

▼ Mjerenje je zapravo TVRDNJA da je stvarna fizikalna veličina
• unutar intervala $[\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x]$ (s velikom vjerojatnošću) !

⇒ TOČNOST (Accuracy) vs. PRECIZNOST (Precision) !

Je li mjerenje kao
tvrduja TOČNA ?!
(YES / NO)

Kolika je neodređenost, u
odnosu na $\bar{x}$??
(Je li Dovoljno mala ?!)

⇒ APSOLOTNA vs. RELATIVNA neodređenost

↓
koliko je Δx
(iznos + m.j.)

↓
u odnosu na SREDNJU

VRIEDNOST: $\frac{\Delta x}{\bar{x}}$!

[u postocima: $\frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%$]

Primjer:

$l_1 = 6.315 \pm 0.005 \text{ cm} \rightarrow \Delta_{rel} = 0.08\%$

⇒ jako precizno !

$l_2 = 6.3 \pm 0.1 \text{ cm} \rightarrow \Delta_{rel} = 1.6\%$

⇒ ne baš precizno (ali ok)

TOČNO, ali ne baš precizno...

ako je stvarna vrijednost $l = 6.345$ onda...

NETOČNO, ali PRECIZNO

- vrste pogrešaka / neodređenosti:

1) sistematske (systematic) - one koje su ISTE ZA SVAKO MJERENJE (npr. zbog instrumenta ili postupka)

- na primjer:

- greška nule (zero error)
- kriva/loša kalibracija uređaja
- inherentna ograničenja metode, npr. maksimalna moguća preciznost instrumenta...

→ mjera: ΔX_{sis} - procjena (najčešće)

2) slučajne / statističke (random/statistical) - one koje su DRUGAČNE ZA SVAKO MJERENJE (plod slučajnosti)

→ može biti slučajnost neodređenosti / pogreške u postupku MJERENJA (npr. paralaksa kod očitavanja, vrijeme reakcije itd.)

ILI U SAMOM PROCESU (priroda stvari, van naše kontrole)

→ mjera: ΔX_{stat} = $\max \{ |x_i - \bar{x}| \}$

ILI !

σ_x (standardna devijacija)

↳ dolazi od tzv. normalne razdiobe i naprednije matematike/statistike...

najveća aps. vrijednost odstupanja od srednje vrijednosti u skupu odstupanja svih mjerenja

3) grube - velike, a slučajne i neprimjećene...

- dovode do vrijednosti koje vidno/očito odstupaju
(OUTLIERS) i mogu se (možda) zanemariti...

→ kako to u praksi... TABLICA:

ono što se mjeri

mjerna jedinica

odstupanje od $\bar{x}$ (za svako mjerenje)

#	x [m.j.]	$(x - \bar{x})$ [m.j.]	...
1			
2			
⋮			
N			

1) nakon svih* (N) mjerenja računa se $\bar{x}$

2) gruba procjena za Δx_{stat} je MAX^* odstupanje (aps. iznos)

* iz računa se isključuje ona mjerenja za koja se smatra da su rezultat grubih grešaka, ako je opravdano!

$$\Rightarrow X = \bar{x} \pm \Delta x_{stat} \pm \Delta x_{sis}$$

KONAČNI ZAPIS
MJERENJA ...

- računanje s neodređenostima:

1) zbrajanje/oduzimanje

$$X = X_1 \pm X_2 = (\bar{X}_1 \pm \Delta X_1) \pm (\bar{X}_2 \pm \Delta X_2) = \\ = \bar{X} \pm \Delta X = (\bar{X}_1 \pm \bar{X}_2) \pm (\Delta X_1 + \Delta X_2)$$

→ srednja vrijednost je zbroj/razlika

srednjih vrijednosti, ALI NEODREĐENOSTI SE

! UVIJEK ZBRASASU (uvijek je veća, ne može biti manja)

2) množenje

$$X = X_1 \cdot X_2 = (\bar{X}_1 \pm \Delta X_1) \cdot (\bar{X}_2 \pm \Delta X_2) = \\ = \bar{X} \pm \Delta X = \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \pm (\bar{X}_1 \cdot \Delta X_2 + \bar{X}_2 \cdot \Delta X_1) \pm \Delta X_1 \cdot \Delta X_2$$

→ srednja vrijednost je umnožak
srednjih vrijednosti, ALI neodređenost
nije tako jednostavna...

ZANEMARIVO
jer je
PREMALO
(„malo“ puta „malo“
= još manje ...)

$$\Rightarrow \frac{\Delta X}{\bar{X}} = \frac{(\bar{X}_1 \cdot \Delta X_2 + \bar{X}_2 \cdot \Delta X_1)}{\bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2} = \frac{\Delta X_1}{\bar{X}_1} + \frac{\Delta X_2}{\bar{X}_2}$$

zbrajaju se RELATIVNE neodređenosti!
(postotci)

3) dijeljenje (potrebni „trikovi“)

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{(\overline{X_1} \pm \Delta X_1)}{(\overline{X_2} \pm \Delta X_2)} \cdot \frac{(\overline{X_2} \mp \Delta X_2)}{(\overline{X_2} \mp \Delta X_2)} =$$
$$= \frac{[\overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \pm \overline{X_1} \cdot \Delta X_2 \pm \overline{X_2} \cdot \Delta X_1 \pm \cancel{\Delta X_1 \Delta X_2}]}{(\overline{X_2}^2 - \cancel{(\Delta X_2)^2})} =$$

↓
zanemarivo...

$$= \frac{\overline{X_1}}{\overline{X_2}} \pm \frac{\overline{X_1}}{\overline{X_2}} \cdot \frac{\Delta X_2}{\overline{X_2}} \pm \frac{\Delta X_1}{\overline{X_2}} =$$

$$= \frac{\overline{X_1}}{\overline{X_2}} \pm \frac{\overline{X_1}}{\overline{X_2}} \left[\frac{\Delta X_1}{\overline{X_1}} + \frac{\Delta X_2}{\overline{X_2}} \right]$$

$$\Rightarrow \left(\overline{X} = \frac{\overline{X_1}}{\overline{X_2}} \right); \left(\frac{\Delta X}{\overline{X}} = \frac{\Delta X_1}{\overline{X_1}} + \frac{\Delta X_2}{\overline{X_2}} \right)$$

→ zbrajaју se RELATIVNE neodređenosti
(isto kao kod množenja!)

⇒ komplikiraniji odnosi još teže, ali logika je uvijek ista, a to je da:



1) SREDNJE VRIJEDNOSTI se računaju „NORMALNO“, a

2) NEODREĐENOSTI se računaju po POSEBNIM „FORMULAMA“, drugačije za svaku kombinaciju...