

# ENERGIJA [grč. *energeia* - aktivnost, djelovanje ...]

↳ nešto (fizička veličina - skalar) što se ne može stvoriti ni uništiti nego samo mijenja oblik (vrstu) i prenosi se ...

⇒ ZAKON OČUVANJA ENERGIJE (ZOE)

Ukupan iznos energije u ZATVORENOM SUSTAVU stalan je u vremenu -  $\Delta E = 0$  za SVAKI  $\Delta t$  !

→ ALI... sama energija je APSTRAKTNJA STVAR, ne postoji sama po sebi, nema fizičku "realnost", nitko ju nikada nije držao u ruci ni "osjetio" (kao tvar i sile) ...

→ ukupan, APSOLUTNI IZNOS je PROIZVOĐAN - nije isti u svim inercijskim ref. sustavima ! (Galilejev princip)

→ niti razlika tj. RELATIVNI IZNOS različitih vrsta/oblika energija nije isti u svim inercijskim ref. sustavima ...

(primjer - kinetička energija lopte bačene u vlakcu)

→ koristan alat za opisivanje i analiziranje svijeta, jer postoji ZOE kao fundamentalan zakon prirode ...



→ može ju se zamisliti kao „potencijal“ tijela/sustava za djelovanje, interakciju (silama) ...

→ 2 osnovne vrste energije:

1) KINETIČKA - koju tijelo ima SAMO zato što se giba, dakle jer ima brzinu  $\vec{v}$   $\left[ \frac{m \cdot v^2}{2} \right]$

- brzina je relativna (ovisi o perspektivi), pa onda i  $E_k$ , a i  $\Delta E_k$  ...

2) POTENCIJALNA - koju tijelo ima SAMO zato što se nalazi u polju sile tj. zato što na

sve koje se mogu zapisati  
kao funkcije SAMO položaja:

$$\vec{F}(x, y, z)$$

nje ga djeluje neka KONZERVATIVNA

sila ... To su sve fundamentalne,

npr. gravitacijska, ALI i npr. ELASTIČNA.

$$[F(x) = k \cdot x]$$

- sve ostalo su razni oblici TERMALNE i/ili UNUTARNE

energije, a koje su zapravo samo neke kombinacije

kinetičke i potencijalne, ali na MIKROSKOPSKOJ RAZINI!

(čestice/atomi/molekule/...)

→ oblici u koji se energija pretvara kad se „gubi“ tj. prestaje biti (lako) dostupna i iskoristiva ...

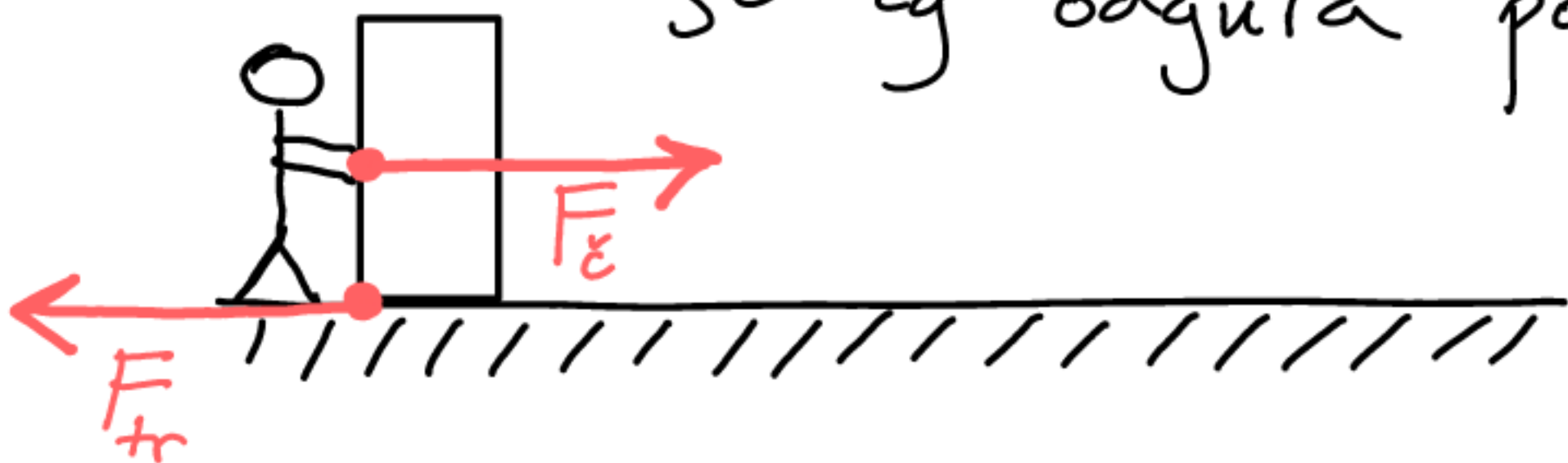
## → RAD

↳ Energija koja se potrošila / iskoristila da bi se nešto („naš“ sustav) pomaknulo (ili dobila jer se nešto pomicalo)

↳ odgovara (otprilike) uobičajenoj ideji / značenju riječi „rad“...

↳ dobitak / gubitak ovisi o perspektivi, zapravo samo prelazi iz jednog oblika / vrste u drugi...

Primjer: Koliki rad čovjek obavi, ako ormar mase 50 kg odgura po ravnom podu 1 metar?



⇒ Očito duplo manje nego ako ga odgura 2m...

⇒ Očito ovisi o trenju, dakle faktoru trenja i masi, i to bi se činilo logično i u skladu sa iskustvom da ovisi linearно (duplo više, duplo veći rad)...

$$\Rightarrow \underline{\underline{W = F \cdot s}} \quad \begin{matrix} \text{(engl. WORK)} & \text{Joule} \\ & \downarrow \\ & [1\text{N} \cdot 1\text{m} = 1\text{J}] \end{matrix}$$



Za odgovor na to pitanje potrebno je više podataka...

Na primjer:

I) Ako čovjek gura tako da se ormar jedva miče, tj. da se miče  $\approx$  konstantnom brzinom (i npr.  $\mu = 0.4$ ):

$$\Rightarrow \vec{v} = \text{kust.} \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F}_c + \vec{F}_{tr} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{tr} = -\vec{F}_c$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_c| = F_c = F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g = 0.4 \cdot 500 \cdot 10 = \underline{\underline{200 \text{ N}}}$$

$$\Rightarrow W_c = F_c \cdot s = 200 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 200 \text{ J} !$$

→ Gdje je „nestala“ tj. u što je pretvorena ta energija kojom je obavljen taj rad (kemijska energija iz mišića)?

ODGOVOR: U toplinsku energiju kroz RAD SILE TREŃJA !

$$W_{tr} = (-) F_{tr} \cdot s = - F_c \cdot s = - W_c = - \underline{\underline{200 \text{ J}}}$$

→ MINUS jer je smjer sile SUPROTAN putu, što znači da trenje ODUZIMA energiju sustavu (ormaru) !

$$\Rightarrow W_c + W_{tr} = 200 - 200 = 0 \text{ J} \Rightarrow \underline{\underline{\Delta E = 0}} !$$

... dakle: kemijska energija iz mišića  $\rightarrow$  rad čovjeka  $\rightarrow$  rad trenja  $\rightarrow$  toplinska energija

II) Ako čovjek gura tako da je  $F_{\check{c}} > F_{tr}$ , npr.  $F_{\check{c}} = 250 \text{ N}$ :

$$\Rightarrow F_{\check{c}} > F_{tr} \Rightarrow \vec{F}_{\check{c}} + \vec{F}_{tr} = m \cdot \vec{a} \neq 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{F_{\check{c}} - F_{tr}}{m} = \frac{250 - 200 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} W_{\check{c}} &= F_{\check{c}} \cdot s = 250 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 250 \text{ J} \\ W_{tr} &= (-) F_{tr} \cdot s = -200 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = -200 \text{ J} \end{aligned} \right\} W_{\check{c}} + W_{tr} = \underline{\underline{50 \text{ J}}}$$

→ Gdje je „nestala“ tj. u što je pretvoren taj „višak“ čovjekovog rada?

ODGOVOR: u kinetičku energiju osmara!

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v^2 - 0^2 = 2 \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} \Rightarrow v^2 = 2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2} = 50 \text{ J} = W_{\check{c}} + W_{tr} \quad \text{!}$$

$$\Rightarrow \Delta E = E_{\text{poslije}} - E_{\text{prije}} =$$

$$= (E_{k, \text{poslije}} + \text{toplinska en.}) - (E_{k, \text{prije}} + \text{kem. en. mišića}) =$$

$$= \Delta E_k + |W_{tr}| - W_{\check{c}} = \Delta E_k - (W_{\check{c}} + W_{tr}) = \underline{\underline{0 \text{ J}}}$$

OPĆENITO VRIJEDI:

$$\Delta E_{\text{kin}} = \sum W_i$$

(sustava) (nad sustavom)

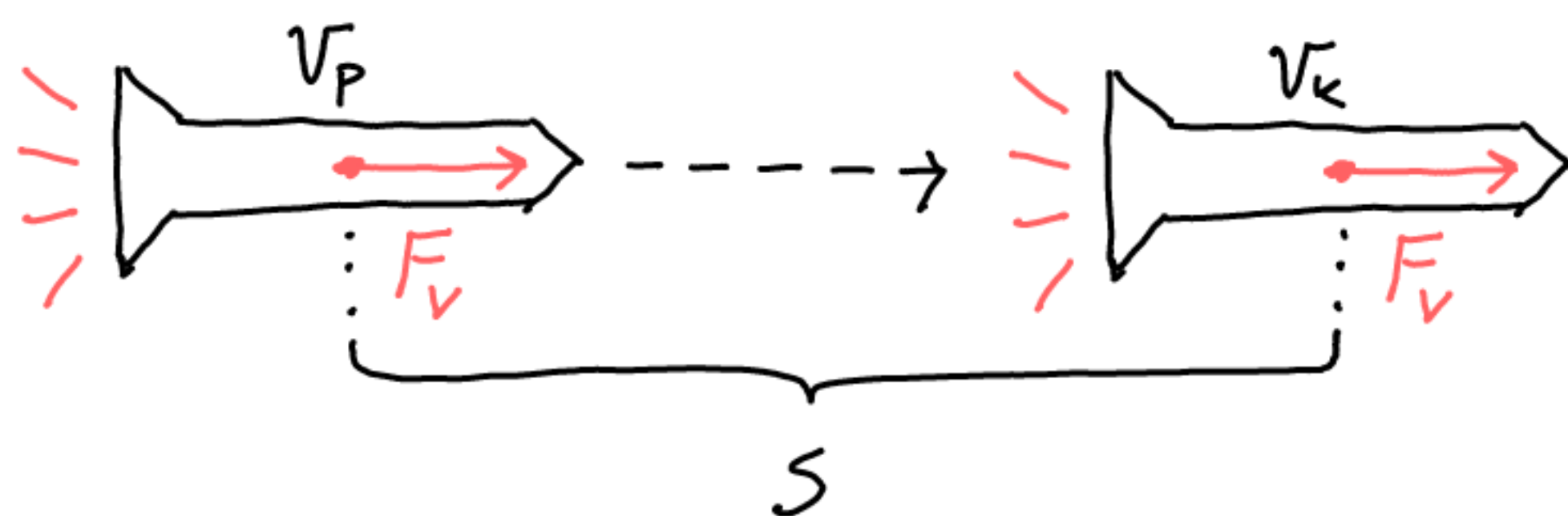


Sav rad povećava ili smanjuje kinetičku energiju sustava...



## → KINETIČKA ENERGIJA (izvod „formule“ tj. mat. izraza)

Zamisli da neka (vanjska) sila  $\vec{F}_v$  djeluje na neko tijelo mase  $m$  bez promjene ni iznosa ni smjera i bez prisustva bilo kakvih drugih sila, na primjer neka raketa usred svemira koja može upaliti motore...



Kolika će biti promjena kinetičke energije nakon što raketa tako prevaži put „ $s$ “?

$$\left. \begin{aligned} F_v &= m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_v}{m} \\ v_k^2 - v_p^2 &= 2 \cdot a \cdot s \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} v_k^2 - v_p^2 &= 2 \cdot \frac{F_v}{m} \cdot s \\ W &= F \cdot s \end{aligned} \right\} v_k^2 - v_p^2 = \frac{2 \cdot W}{m}$$

$$\rightarrow W = \frac{m(v_k^2 - v_p^2)}{2} = \left( \frac{m}{2} v_k^2 \right) - \left( \frac{m}{2} v_p^2 \right) = \Delta E_k = E_{k, \text{poslije}} - E_{k, \text{prije}}$$

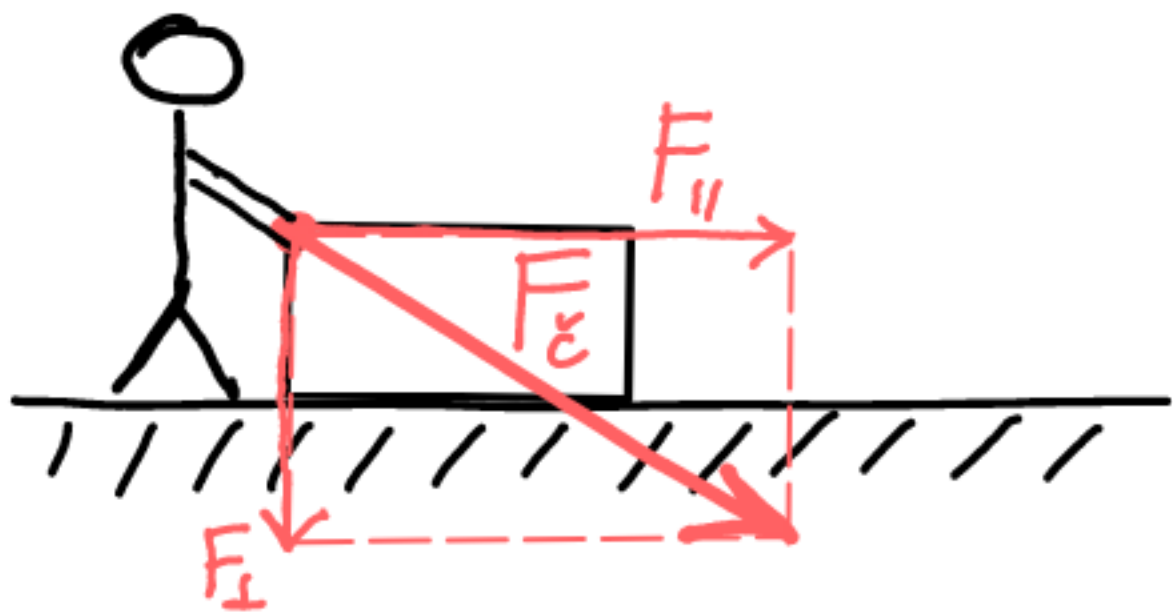
$$\Rightarrow \boxed{E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}}$$

Energija „stanja“ ...

općeniti izraz,  
pri čemu je „ $v$ “  
trenutna brzina



Što ako sila koja djeluje na sustav nije u istom smjeru  
u kojem se sustav giba?



→ Dio sile kojom guramo „u pod“  
ne doprinosi POMICANJU tijela  
(barem ne izravno) pa dakle ne  
vrši rad NAD tim tijelom !

(što ne znači da taj dio sile ne  
vrši neki rad nad nečim drugim,  
nekim dijelom okoline...)

$$\Rightarrow W = (-) F_{||} \cdot s$$

↑  
ovo je „prava“, točna,  
općenita „formula“;  
NSU MORATE ZNATI !

Pod  $F_{||}$  misli se na KOMPONENTU  
sile u SMJERU GIBANJA, u  
SVAKOM trenutku...

[ „-“ je ako je ORIJENTACIJA sile  
suprotna smjeru gibanja... ]

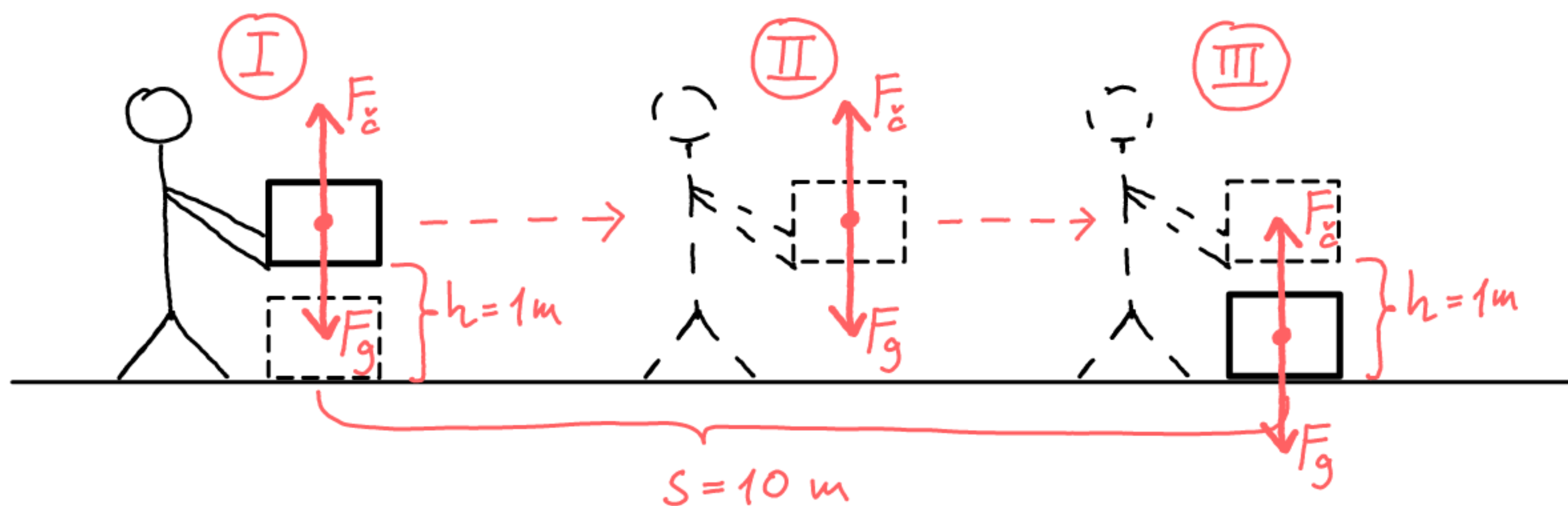
→ ova „formula“ vrijedi samo za onaj dio puta u  
kojem je sila konstantna i po SMJERU i po IZNOSU !



Situacija: Čovjek podigne kutiju mase 10 kg malom, konstantnom brzinom 1 metar u zrak. Zatim, također malom konstantnom brzinom, prijeđe 10 metara s tom kutijom u rukama i potom ju nježno i polako spusti na pod...

1) Koliki rad je čovjek obavio nad tom kutijom?

2) Koliki rad je obavila sila teža i kada?



I) Čovjek diže kutiju u zrak konstantnom brzinom...

$$v = \text{konst.} \rightarrow a = 0 \rightarrow F_{uk} = 0 \rightarrow F_c = F_g = m \cdot g = 100 \text{ N}$$

$$W_c = F_c \cdot h = 100 \text{ J} \quad (\text{iz kemijske en. u mišićima u kinetičku...})$$

$$W_g = (-) F_g \cdot h = -\underline{m \cdot g \cdot h} = -100 \text{ J} \quad (\text{iz kinetičke u ... } ??)$$

$$\Rightarrow \Delta E_k = 0 = W_c + W_g = 100 - 100 \text{ J} = 0 \quad \checkmark$$

ALI... U koji je to oblik energije pretvorena kinetička radom sile teže?

→ POTENCIJALNA ENERGIJA (gravitacijska) !



## II) Čovjek nosi kutiju konstantnom brzinom ...

$$v = \text{konst.} \rightarrow a = 0 \rightarrow F_{uk} = 0 \rightarrow F_c = F_g = m \cdot g = 100 \text{ N}$$

$$W_c = 0 \text{ J}$$

$$W_g = 0 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = 0 \text{ J}$$

... jer su smjerovi tih sila OKOMITI na smjer kretanja kutije ... RAD ne biva vršen NAD KUTIJOM, njena energija je KONSTANTNA (na mijenja se, ni kinetička ni potencijalna, jer su i  $v$  i  $h$  konstantni).

→ To ne znači da čovjek ne troši energiju, samo ju ne prenosi NA KUTIJU (sustav) nego za držanje ruku u neprirodnom položaju, održavanje ravnoteže, savladavanje (povećanog) trenja između sebe i zemlje ... U konačnici u toplinsku, znoj, zvuk, ...

## III) Čovjek spušta kutiju na pod konstantnom brzinom ...

$$v = \text{konst.} \rightarrow a = 0 \rightarrow F_{uk} = 0 \rightarrow F_c = F_g = m \cdot g = 100 \text{ N}$$

$$W_g = F_g \cdot h = 100 \text{ J} \text{ (iz gravitacijske potencijalne u kinetičku...)}$$

$$W_c = (-) F_c \cdot h = -100 \text{ J} \text{ (iz kinetičke u termalnu ... jer ju}$$

$$\Rightarrow \Delta E_k = 0 = W_g + W_c = 100 - 100 \text{ J} = 0$$

čovjek ne može pretvoriti u neki koristan oblik, ALI ima sustava koji bi mogli ... )

## → POTENCIJALNA ENERGIJA sile teže (izvod mat. izraza)

Što bi bilo da u prošlom primjeru čovjek kutiju nije spustio nježno i polako nego da ju je samo ispustio s visine od 1m?

$$\leadsto F_{uk} = F_g \rightarrow m \cdot a = m \cdot g \rightarrow \underline{a = g} \text{ (prema dole)}$$

$$\Rightarrow W_g = F_g \cdot h = \underline{m \cdot g \cdot h} = 100 \text{ J}$$

Sav taj rad pretvorio je potencijalnu energiju sile teže u kinetičku energiju (ako zanemarimo otpor zraka itd.) ...

$$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{jer } v_0 = 0}}{0} = \underline{W_g = mgh = \frac{mv^2}{2}}$$

Zbog ZOE mora vrijediti  $\Delta E_{uk} = 0$  (ako nema "gubitaka") ...

$$\begin{cases} E_{\text{prije}} = E_{k, \text{prije}} + E_{p, \text{prije}} = 0 + E_{p, \text{prije}} \\ E_{\text{poslije}} = E_{k, \text{poslije}} + E_{p, \text{poslije}} = \frac{mv^2}{2} + E_{p, \text{poslije}} \end{cases}$$

$$\Delta E = \frac{mv^2}{2} + \Delta E_p = 0 \rightarrow \Delta E_p = -\frac{mv^2}{2} = \underline{-W_g}$$

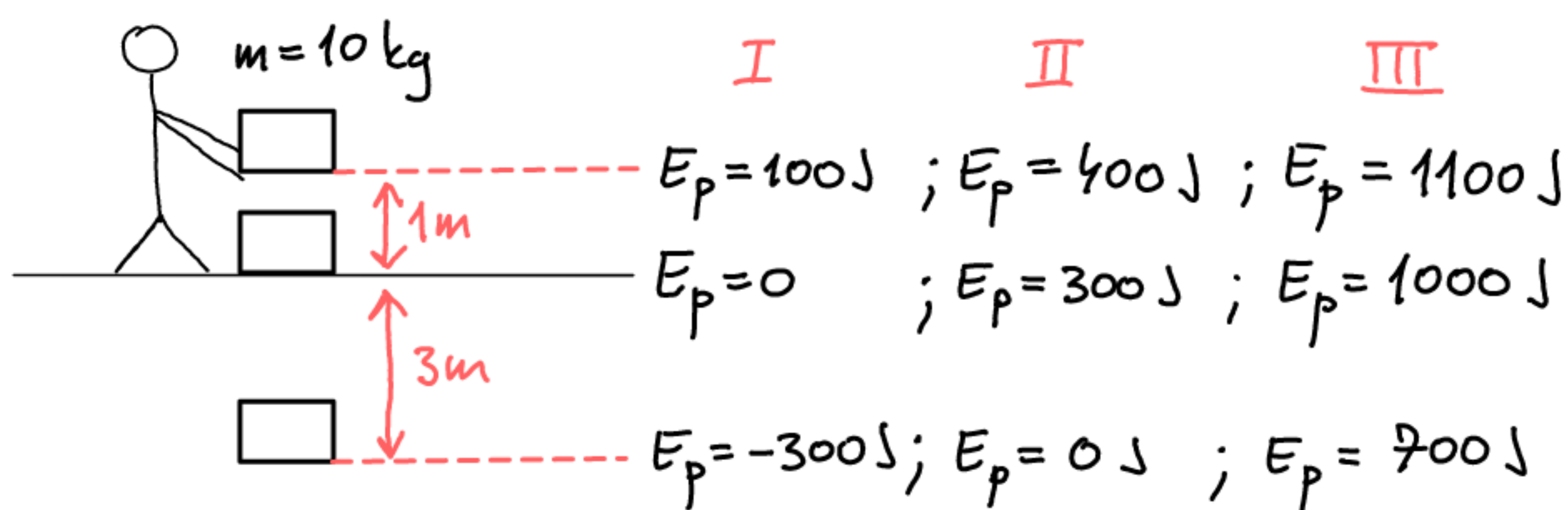
$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_{p, \text{grav}} = m \cdot g \cdot \Delta h}$$



$\Delta h$  je u ovom slučaju  
"-h" jer se kutija **SPUSTILA**  
za "h" ...



Zato što sila teža ne ovisi NITI o položaju (svugdje je jednaka) onda je i „razina“ tj. „visina“ gdje je  $E_p = 0$  POTPUNO PROIZVOLJNA, jer apsolutni (ukupni) iznos energije nema nikakvo fizikalno značenje!



sve 3  
opcije  
su  
jednako  
točne!

Potpuno općenito, svaka POTENCIJALNA ENERGIJA dolazi od tj. jednaka je RADU odgovarajuće KONZERVATIVNE SILE.

Zato vrijedi:

$$\Delta E_k = \sum W_i$$

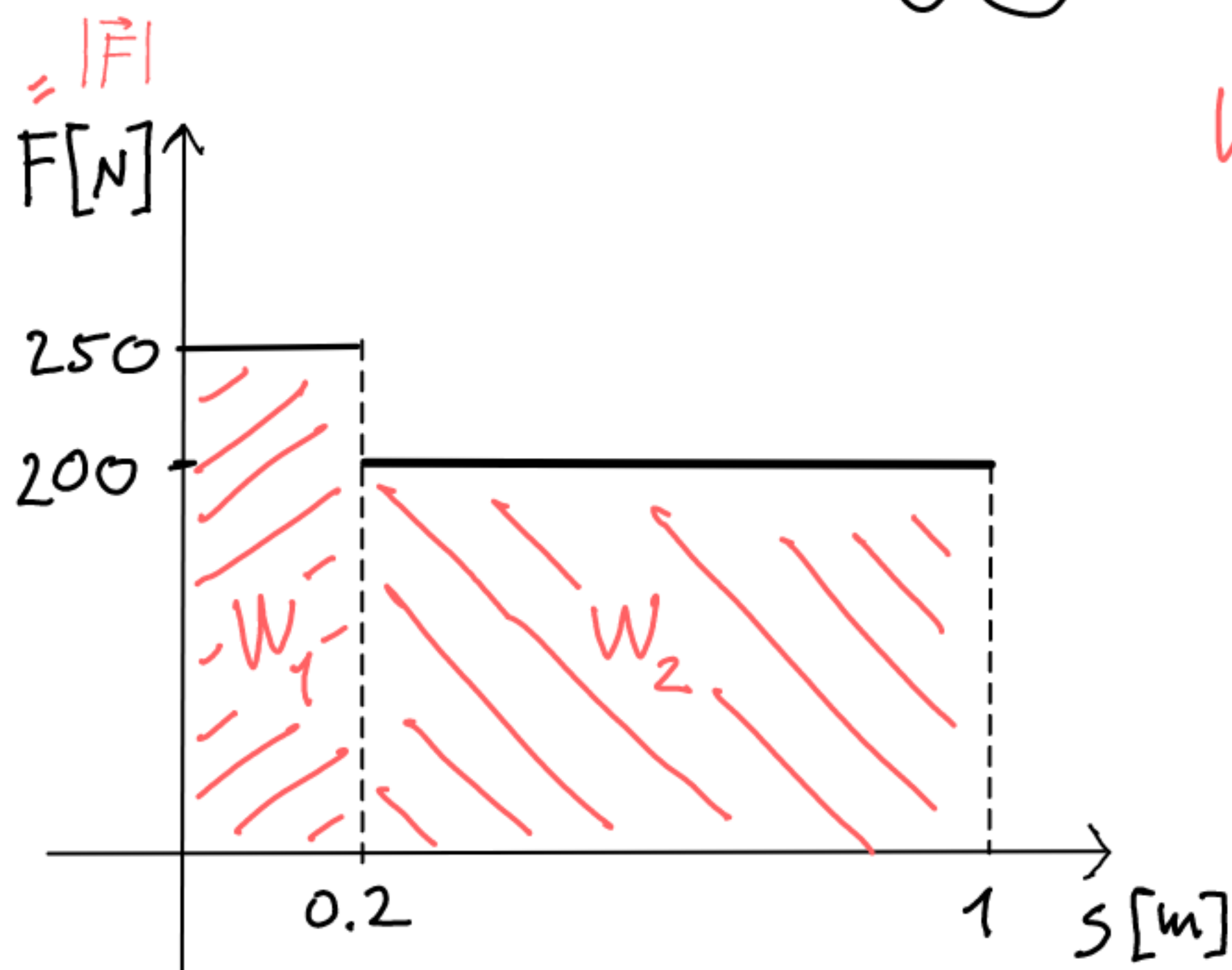
(sustava)  $\downarrow$  SVIH sila, nad sustavom...

$$\Delta E_k + \Delta E_p = \sum W_i$$

(sustava)  $\downarrow$  samo DISIPATIVNIH sila (npr. trenje, ...)

To je uobičajena, intuitivna perspektiva, da sustavi POSJEDUJU kinetičku i razne potencijalne energije, a da druge sile (nekonzervativne  $\rightarrow$  DISIPATIVNE, one koje „rasipaju“ energiju) vršeci rad nad sustavom povećavaju ili smanjuju njegovu kinetičku ili potencijalne energije!

Što ako sila koja djeluje na sustav nije konstantna?

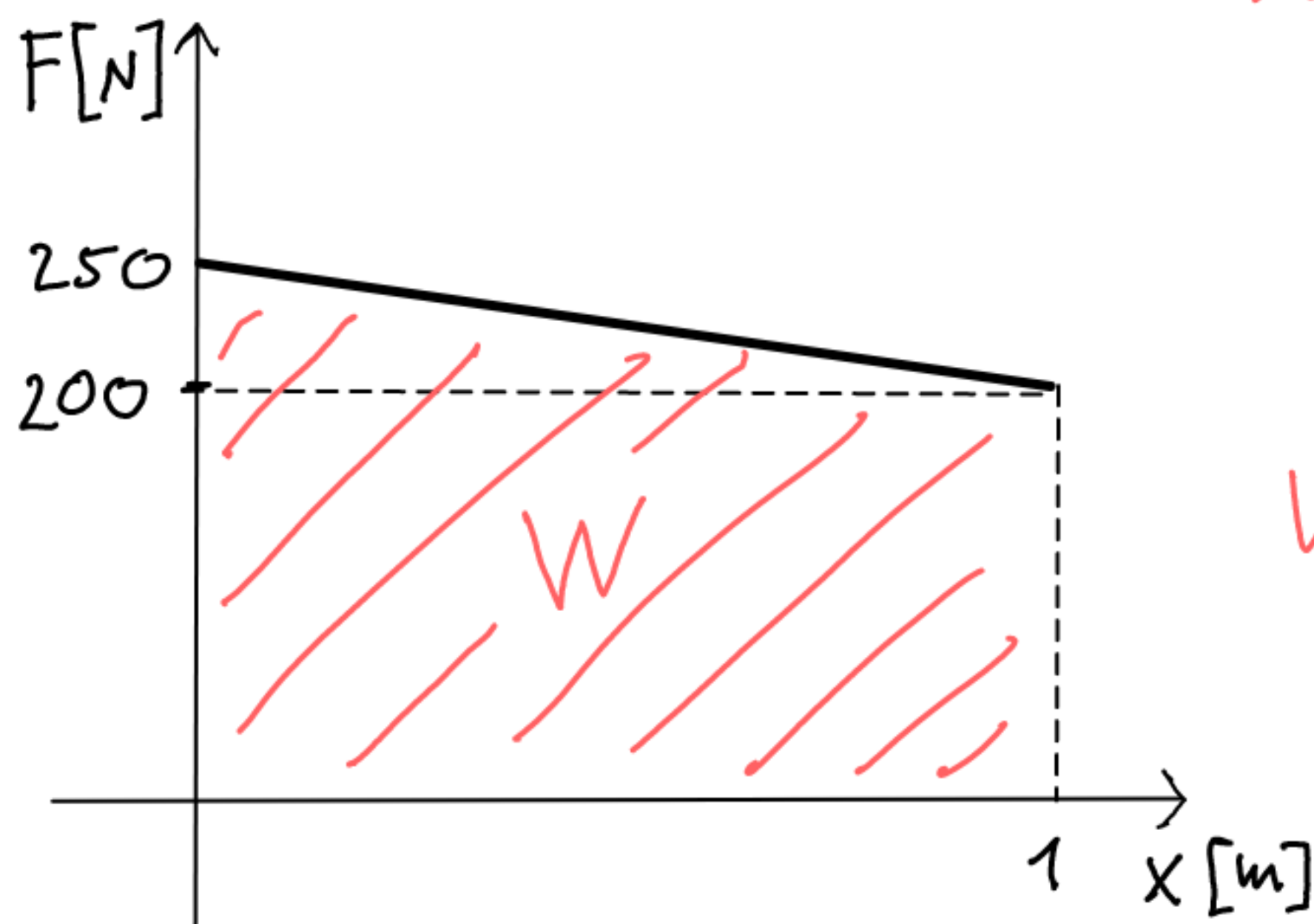


$$W_1 = 250 \text{ N} \cdot \frac{1}{5} \text{ m} = 50 \text{ J}$$

$$W_2 = 200 \text{ N} \cdot \frac{4}{5} \text{ m} = 160 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_{\text{uk}} = W_1 + W_2 = 210 \text{ J}$$

$\uparrow s = \Delta x$  ako se smjer ne mijenja



$$W_{\text{uk}} = 200 \cdot 1 + \frac{50 \cdot 1}{2} = \underline{\underline{225 \text{ J}}}$$

OPĆENITO: Rad je površina „ispod“ grafa SILE (u smjeru kretanja) kao funkcije položaja (tj. puta) -  $F(x)$  ili  $F(s)$

To je zapravo INTEGRAL sile po putu i tako se računa za funkcije bilo kakvog „oblika“ ... Usporedi / prisjeti se položaja u kinematici (površina u  $v-t$  grafu) !

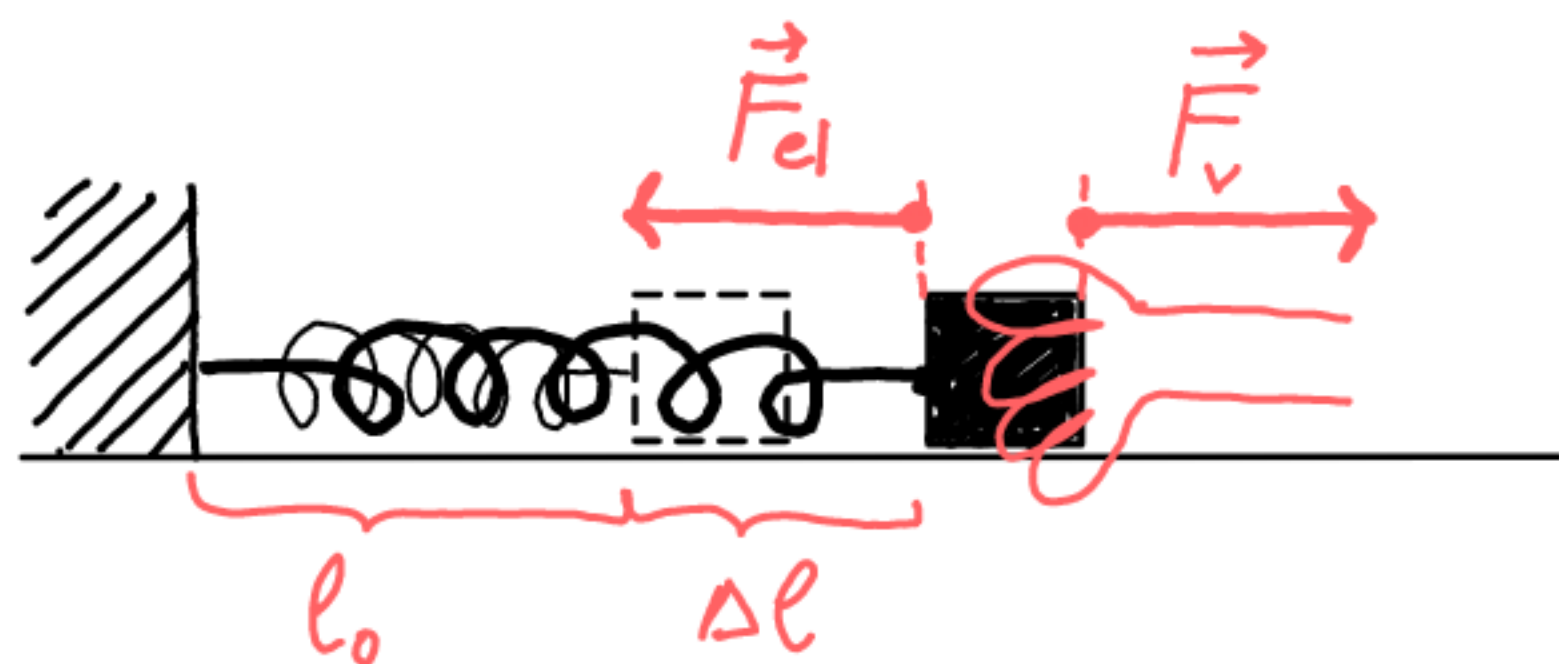
treba koristiti zdravi razum i razumjeti definiciju rada ...



## → POTENCIJALNA ENERGIJA elastične sile (izvod)

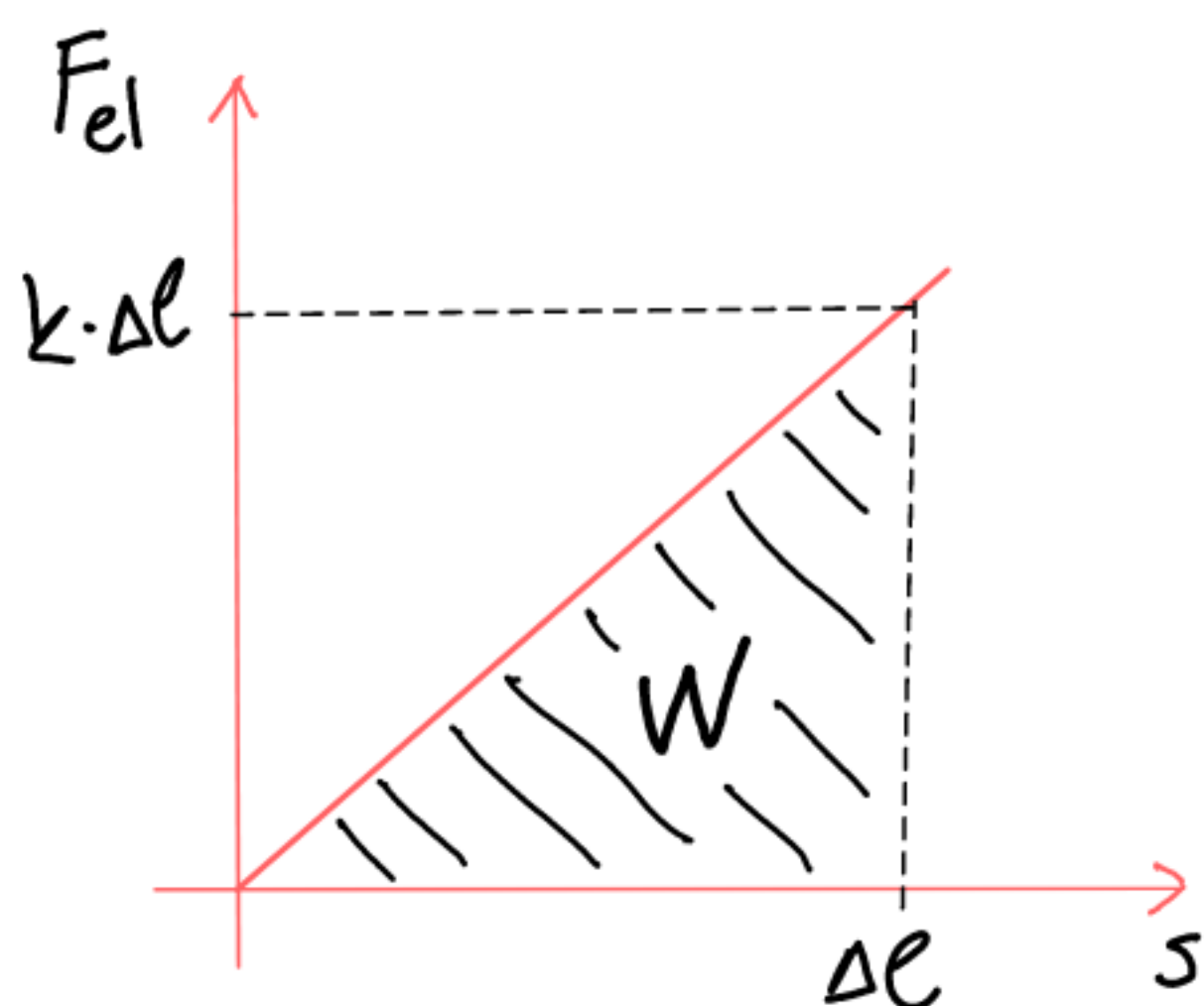
Zamislj predmet mase  $m$  povezan sa zidom oprugom konstante elastičnosti  $k$ . Neka (vanjska) sila, na primjer čovjek rukom, povlači predmet tako da se on giba, odnosno da se opruga rasteže konstantnom brzinom od početne dužine  $\ell_0$  do dužine  $\ell$  ...

- 1) Koliki rad nad sustavom su obavili čovjek i opruga?
- 2) Obavlja li čovjek rad nad sustavom dok samo drži predmet na mjestu, tj. oprugu napetom?



$$\rightarrow v = \text{koust.} \rightarrow a = 0 \rightarrow \vec{F}_{\text{uk}} = \vec{F}_{\text{el}} + \vec{F}_v = 0 \rightarrow \underline{F_v = F_{\text{el}} = k \cdot \Delta \ell}$$

Iznos sile linearno ovisi o tome koliko je opruga rastegnuta !



$$W_v = \frac{(k \cdot \Delta \ell) \cdot \Delta \ell}{2} = \frac{k \cdot (\Delta \ell)^2}{2}$$

$$W_{\text{el}} = -\frac{k \cdot (\Delta \ell)^2}{2} \quad \blacktriangledown$$



Rad elastične sile pretvorio je kinetičku energiju, tj.  
rad varijabilne sile u ELASTIČNU POTENCIJALNU ENERGIJU opruge:

$$\Rightarrow E_{p,el} = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2}$$

Pri čemu je „ $\Delta l$ “ udaljenost od  
ravnotežnog položaja, u bilo kojem  
referentnom sustavu!

Dok čovjek samo drži oprugu on ne obavlja rad nad sustavom,  
iako se umara i troši energiju (obavlja rad, ali nad  
okolinom), jer ne daje niti uzima energiju sustavu kojeg drži!

Što se dogodi, ako čovjek naglo pusti oprugu?

Elastična potencijalna energija počne prelaziti u kinetičku...

Dok tijelo prolazi kroz ravnotežni položaj SVA elast. potencijalna  
energija prešla je u kinetičku:  $\frac{k \cdot (\Delta l_{max})^2}{2} = \frac{m \cdot v_{max}^2}{2}$  !

Zbog inercije tijelo nastavlja dalje i sabija oprugu sve dok ne  
izgubi svu kinetičku energiju (stane)...  $\Delta l'_{max} = -\Delta l_{max}$

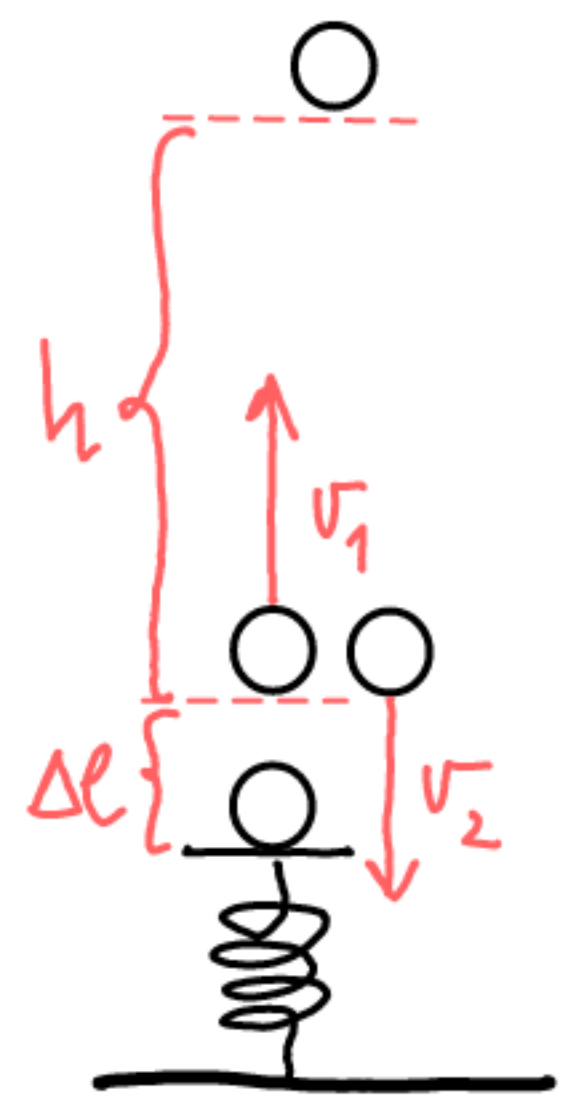
↑ na drugu stranu

I tako opet na drugu stranu i  
dalje u nedogled (ako zanemarimo  
trenje i ostale „gubitke“)...

$$\Rightarrow \frac{k \cdot (\Delta l'_{max})^2}{2} = \frac{k \cdot (\Delta l_{max})^2}{2}$$



Primjer: Zamislite oprugu ( $k = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ ) koju možete stisnuti i na nju staviti lopticu ( $m = 50 \text{ g}$ ) da ju ispucate ravno u zrak.



Ako oprugu stisnete za  $\Delta l = 5 \text{ cm}$ , koliko visoko bi loptica trebala otići (ako nema otpora zraka)?

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{poč}} &= E_k + E_g + E_{el} = 0 + 0 + \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \\ E_{\text{kraj}} &= E_k + E_g + E_{el} = 0 + m \cdot g \cdot h_{\text{max}} + 0 \end{aligned} \right\} \Delta E = 0$$

$$\rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2}$$

$$\rightarrow h = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2mg} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = \frac{1}{2} \cdot 10 = \underline{\underline{5 \text{ m}}}$$

Ako loptica ZAPRAVO dođe do  $h = 4.5 \text{ m}$  visine, koliki dio energije je „izgubljen“ na otpor zraka?

$$\Delta E = W_o \rightarrow W_o = m \cdot g \cdot h - \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} = 2.25 \text{ J} - 2.5 \text{ J} = \underline{\underline{-0.25 \text{ J}}}$$

rad otpora  
zraka!

Kolikom brzinom kuglica „izleti“ iz opruge, a koliku brzinu ima kad se „vraća“?

$$E_{k_1} = \frac{m v_1^2}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta l = 2 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{10 \text{ m/s}}}$$

$$E_{k_2} = \frac{m v_2^2}{2} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} - 2 \cdot |W_o| = mgh - |W_o| \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{50 \cdot 10^{-3}}} = \frac{20}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{8.9 \text{ m/s}}}$$

# SNAGA

↳ fizička veličina koja govori o tome koliko BRZO netko ili nešto može TROŠITI (pretvarati) ENERGIJU, odnosno OBAVITI RAD:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t}$$

↳ Watt (James)  
[1 W = 1  $\frac{J}{s}$ ]

Kada je čovjek jak, snažan?

↳ npr. neki snagator, dizač utega, oni što vuču kamione...

→ imaju velike mišiće koji mogu POTROŠITI puno energije u malo vremena (BRZO se umore)

Je li to isto kao da netko ima puno energije?

↳ npr. maratonac, ima li on manje energije? A je li slabiji?

→ ima manje mišiće koji energiju troše polaganije...

Što znači kad auto ima puno "konja"? [1 HP ≈ 0.735 kW]  
↳ "horsepower"

↳ može BRŽE ubrzati (veća sila → veća akceleracija → BRŽA promjena kinetičke energije)

↳ BRŽE troši gorivo

↳ to je ENERGIJA (kemijska - potencijalna, unutarnja)

→ slabiji automobil može imati više energije (veći spremnik goriva), ali ju sporije troši...



U kućanstvu, račun za npr. električnu energiju, plaća se po potrošenoj kWh (KILOWATT-SAT, mjerna jedinica za ENERGIJU)

$$1 \text{ kWh} = 1 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ Ws} = \underline{\underline{3.6 \text{ MJ}}}$$

(Mega Joulei)

→ Koliko je to energije??

$$\text{I) } \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h = 1000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 360 \text{ m} = 3.6 \text{ MJ}$$

(tijelo mase 1t, npr. auto, dignuto 360 m u zrak !)

$$\text{II) } \Delta E = P \cdot \Delta t = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 1 \text{ kWh}$$

(npr. pegla snage 1 kW upaljena sat vremena ...)

Primjer: Koliko vremena treba automobilu mase 1.5 t s motorom snage 70 kW da ubrza s 50 km/h na 100 km/h? (ako zanemarimo otpor zraka itd.)

$$P = 70 \text{ kW} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$\Delta E = \Delta E_k = \frac{m V_k^2}{2} - \frac{m V_p^2}{2} = \frac{1500}{2} \left[ \frac{100^2 - 50^2}{3.6^2} \right] = 434 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{434 \text{ kJ}}{70 \text{ kW}} = \underline{\underline{6.2 \text{ s}}}$$

Pretpostavka je da je snaga motora konstantna kroz svih 6.2 s, što nije baš realistično... Ali može biti približno tako, ili prosječno.

## KORISNOST (ili efikasnost – engl. energy efficiency)

↳ omjer dobivene „korisne“ u odnosu na „uloženu“ energiju u nekom, bilo kojem fizičkom procesu...

(u praksi niti jedan „koristan“ proces nije bez „gubitaka“)

→ to što je „korisno“, a što „uloženo“ ovisi o kontekstu (treba koristiti zdravi razum)

$$\rightarrow \eta = \frac{E_{\text{korisno}}}{E_{\text{in}}} \text{ ili } \frac{W_{\text{out}}}{W_{\text{in}}} \text{ ili } \dots$$

→ u pravilu se izražava u postotcima (morate pomnožiti sa 100%.)

→ može se izraziti/izračunati i preko snage, što se u praksi uglavnom i radi:

$$\rightarrow \eta = \frac{E_{\text{korisno}}}{E_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \rightarrow \text{IZLAZNA SNAGA je brzina „proizvodnje“ „korisne“ energije u nekom procesu/stroju/...}$$

↓

ULAZNA SNAGA je brzina „trošenja“ energije u nekom procesu/stroju/...



## Primjeri:

I) Kolika je stvarna korisna (izlazna) snaga motora automobila koji troši 6 L benzina na 100 km vozeći se konstantnom brzinom od 50 km/h, ako je poznato da je korisnost motora 25% i da je gustoća energije benzina 50 MJ/L?

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 0.25 \rightarrow P_{out} = 0.25 \cdot P_{in} = ?$$

$$P_{in} = \frac{6 \text{ L}}{100 \text{ km}} \cdot \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{50 \text{ MJ}}{\text{L}} = \frac{150 \text{ MJ}}{3600 \text{ s}} = 41.7 \text{ kW}$$

$$\rightarrow \boxed{P_{out} = 10.4 \text{ kW}} (= 14.2 \text{ hp})$$

↑ horse-power

II) Koliko je čovjek mase 75 kg efikasan „stroj“ za penjanje na Sjeme, ako treba unijeti 1000 „kalorija“ hrane da bi se popeo od stanice žičare (267 mvr) do vrha (1033 mvr)?

$$[1 \text{ „kalorija“} = 1 \text{ kcal (kilokalorija)}; 1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J}]$$

$$E_{in} = 1000 \text{ kcal} = 1000 \cdot 10^3 \cdot 4.2 \text{ J} = 4.2 \text{ MJ}$$

$$E_{korisna} = m \cdot g \cdot \Delta h = 75 \cdot 9.81 \cdot (1033 - 267) = 563.6 \text{ kJ}$$

$$\eta = \frac{E_{korisna}}{E_{in}} = 0.134 = \underline{\underline{13.4\%}}$$

# SUDAR

↳ trenutak u vremenu, odnosno jako kratki vremenski interval ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) u kojemu 2 inače potpuno odvojena tijela JAKO međudjeluju (sile!; ono što bi se nazvalo „kontakt“...)

→ kao fizički sustav se promatraju oba tijela zajedno...

⇒ utjecaj svih „vanjskih“ sila je (u pravilu) zanemariv !

→ jer su „unutarnje“ (između tijela) puno veće

i jer je  $\Delta t \approx 0 \Rightarrow \Delta p = F \cdot \Delta t \approx 0$

⇒ zbroj svih „unutarnjih“ sila je 0 ! (UVIJEK, 3.N.Z. !)

$$\rightarrow \vec{F}_{uk} = \frac{\Delta \vec{p}_{uk}}{\Delta t} = \sum \vec{F}_v + \sum \vec{F}_u = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{p}_{uk, prije} = \vec{p}_{uk, poslije}}$$

ZOKG !

Primjenjiv u svim sudarima !

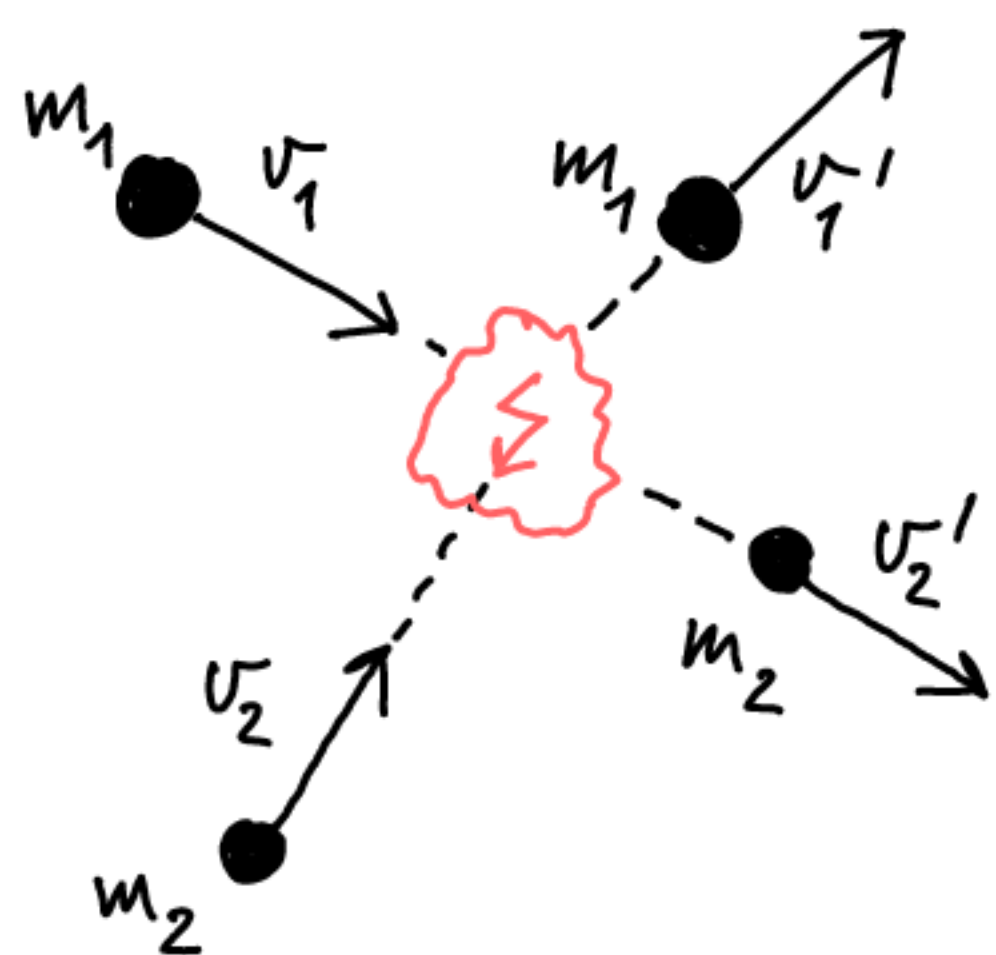
↳ VEKTORSKI ZAKON:

Onoliko jednačina  
koliko je dimenzija  
gibanja / prostora !



- vrste sudara:

1) ELASTIČNI - oni u kojima se energija NE "gubi" na upr. trajne (plastične) deformacije itd.



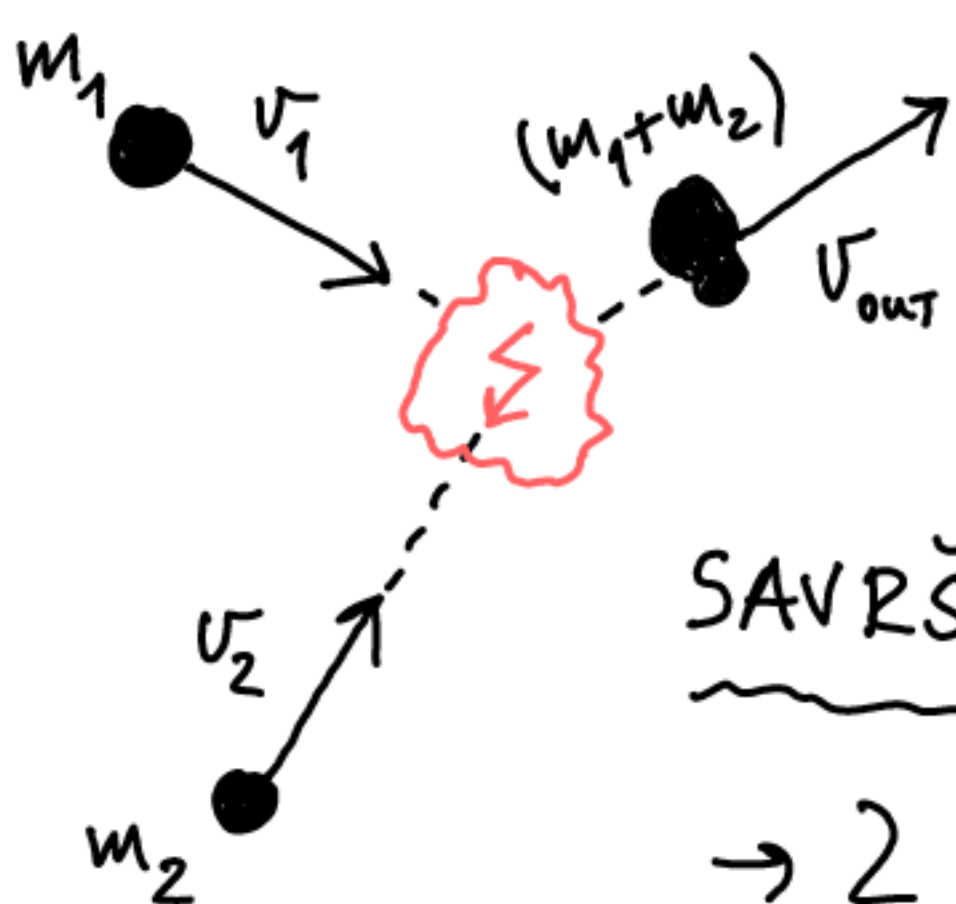
- tijela iz sudara izlaze kakva su u sudar i ušla (npr. biljarne kugle, jako napumpane gumene lopte, ...)

⇒ OČUVANA KINETIČKA ENERGIJA (neposredno prije/poslije)

$$\left( \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{2} \right) \rightarrow \text{dodatna jedna jednačica, uz ZOKG...}$$

2) NEELASTIČNI - sve suprotno od elastičnih

- dio energije "izgubljen" na toplinsku/ unutaraju/ deformacije ...



SAVRŠENO / POTPUNO NEELASTIČNI SUDAR:

→ 2 tijela "unutra" ( $m_1, m_2$ ), 1 tijelo "van" ( $m_1 + m_2$ )  
→ npr. kugle od gline ili hvatanje bačene lopte ili ...

→ maksimalan gubitak kinetičke energije!

$$\left( \text{ZOKG: } m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_{\text{out}} \right)$$

- primjeri:

I) Pištolj ispalio metak mase 20 g brzinom od 300 m/s u komad drva mase 2 kg. Kolika je brzina komada drva neposredno nakon što ga metak pogodi i zaglavi se u njemu?

$$m_1 = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg} ; v_1 = 300 \text{ m/s}$$

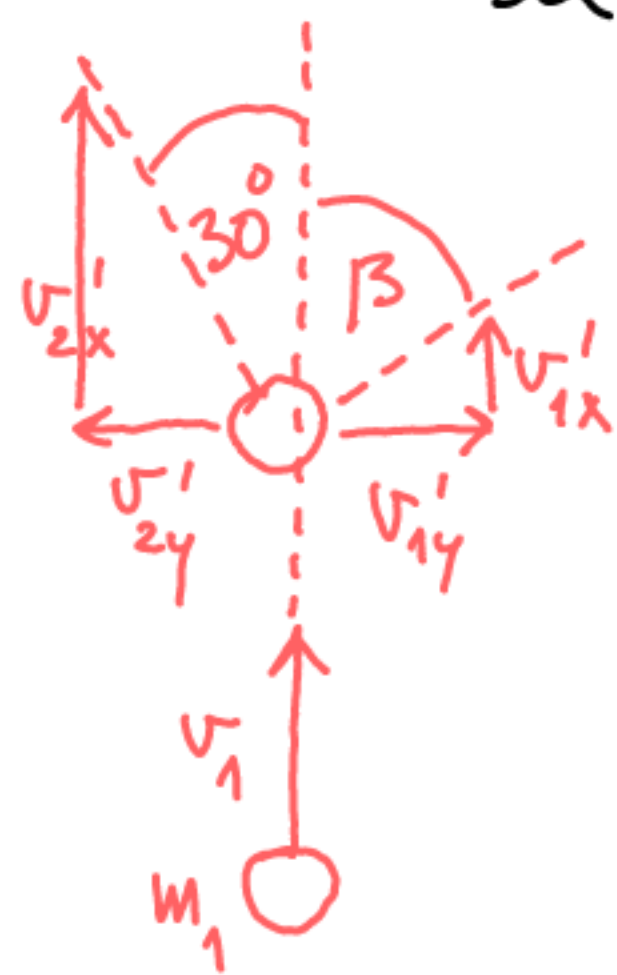
$$m_2 = 2 \text{ kg} ; v_2 = 0$$

→ potpuno neelastičan sudar:  $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$

$$\rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{0.02 \cdot 300}{2.02} = \frac{3}{1.01} \approx 3 \text{ m/s}$$

II) Igrač biljara udari bijelu kuglu (170 g) tako da se ona sudari s crnom kuglom (150 g) koja se nakon sudara kreće gibati pod kutom od  $30^\circ$  u odnosu na smjer gibanja bijele kugle PRIJE sudara.

Ako je početna brzina bijele kugle bila 5 m/s, kolike su brzine i koji smjerovi obje kugle nakon sudara?



$$m_1 = 170 \text{ g} = 0.17 \text{ kg} ; \vec{v}_1 = 5 \text{ m/s } \hat{x} + 0 \hat{y}$$

$$m_2 = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg} ; \vec{v}_2 = 0$$

$$\frac{v_{2y}'}{v_{2x}'} = \tan(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \boxed{v_{2x}' = \sqrt{3} \cdot v_{2y}'}$$
 (koristi se u računu na idućoj stranici)



→ elastičan sudar : I)  $m_1 \cdot v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 \cdot v_{1x}' + m_2 \cdot v_{2x}'$

II)  $m_1 \cdot v_{1y} + m_2 v_{2y} = m_1 \cdot v_{1y}' + m_2 \cdot v_{2y}'$

III)  $\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{2}$

$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_{1x}' + m_2 \cdot v_{2x}' \rightarrow v_{1x}' = v_1 - \frac{m_2 v_{2x}'}{m_1}$

$0 = m_1 \cdot v_{1y}' + m_2 \cdot v_{2y}' \rightarrow v_{1y}' = -\frac{m_2 v_{2y}'}{m_1}$

$m_1 \cdot v_1^2 = m_1 \cdot (v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2) + m_2 (v_{2x}'^2 + v_{2y}'^2) =$

$= m_1 \cdot \left( \left( v_1 - \frac{m_2 v_{2x}'}{m_1} \right)^2 + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 v_{2y}'^2 \right) + m_2 \cdot 4 \cdot v_{2y}'^2 =$

$v_{2x}' = \sqrt{3} \cdot v_{2y}'$

$= m_1 \left[ v_1^2 - \frac{2\sqrt{3} v_1 m_2}{m_1} v_{2y}' + 4 \cdot \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 v_{2y}'^2 \right] + 4 \cdot m_2 \cdot v_{2y}'^2 =$

$\cancel{m_1 \cdot v_1^2} = \cancel{m_1 \cdot v_1^2} - 2\sqrt{3} v_1 m_2 v_{2y}' + \left( \frac{4 \cdot m_2^2}{m_1} + 4 \cdot m_2 \right) v_{2y}'^2 \quad / : m_2 v_{2y}'$

$\Rightarrow 4 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) v_{2y}' = 2\sqrt{3} \cdot v_1 \Rightarrow v_{2y}' = \frac{\sqrt{3} \cdot v_1}{2 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right)} = 2.3 \text{ m/s} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_{2x}' = \sqrt{3} \cdot v_{2y}' = 3.98 \text{ m/s} \Rightarrow$

$v_2' = \sqrt{v_{2x}'^2 + v_{2y}'^2} = 4.6 \text{ m/s}$

$\left\{ \begin{array}{l} v_{1x}' = 1.49 \text{ m/s} \\ v_{1y}' = -2.03 \text{ m/s} \end{array} \right\} \rightarrow v_1' = 2.52 \text{ m/s} \rightarrow \beta = 53.7^\circ$  !

## ENERGIJA ROTACIJE

Kada neko tijelo rotira oko neke točke ili osi onda svaki njegov dio ima neku brzinu  $\rightarrow$  energija rotacije je zapravo (pod)vrsta kinetičke energije...

$$E_{kin} = \frac{m \cdot v_{cm}^2}{2} \rightarrow \boxed{E_{rot} = \frac{I \cdot \omega^2}{2}}$$

$\rightarrow$  MOMENT INERCIE  $[kg \cdot m^2]$  umjesto mase,  
KUTNA BRZINA (brzina rotacije) umjesto brzine centra mase

Primjer: kotrljanje kugle niz kosinu...

TODO  $\rightarrow$  kako uopće nastaje kotrljanje... ?  
 $\rightarrow$  rad sile statičkog trenja... gubitci = 0  
 $\rightarrow$  uvjet bez proklizavanja... adhez



EUGEN ROŽIČ, prof.