

TITRANJE (ponavljanje)

↳ definicija: periodičko (ponavljajuće) gibanje oko RAVNOTEŽNOG POLOŽAJA pod utjecajem POVRATNE SILE koja sustav pokušava vratiti u ravnotežni položaj ...

[odnosno općenitije: periodička promjena neke fizikalne veličine oko njene ravnotežne vrijednosti ... ne mora biti gibanje i pomak u istom smislu riječi]

PERIOD (T): VRIJEME potrebno za jedno „ponavljanje“

FREKVENCJA (f): BROJ „ponavljanja“ u JEDINICI VREMENA

$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} \left[\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}} ; \text{„u sekundi“} \right]$$

HARMONISKO: kada je povratna sila PROPORCIONALNA pomaku iz ravnotežnog položaja

TITRANJE

- ↳ primjeri - elastična sila (opruga) [$F = -k \cdot x$]
- njihala (za male kutove)
 - električni krugovi (s L i C)

- formula za harmonijsko titranje:

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [m]$$

Diagram explaining the components of the harmonic oscillation formula:

- $y(t)$: POMAK (displacement)
 od ravnotežnog položaja
- A : AMPLITUDA (amplitude)
 maksimalni pomak od ravnotežnog položaja
- $\omega \cdot t$: KUTNA BRZINA / FREKVENCISA (angular velocity / frequency)
 FAZA (kut) (phase / angle)
 ω is labeled as VRJEEME (varijabla) (time variable)
- φ_0 : POČETNA FAZA / FAZNI POMAK (initial phase / phase displacement)
 mjerena jedinica (measured unit)

- analogno (isto kao) JEDNOLIKOM KRUŽENJU !

(jedno ponavljanje gibanja = jedan krug)
 $[= 360^\circ = 2\pi \text{ rad}]$

↳ npr. projekcija jednolikog kruženja „sa strane” ...

KUTNA BRZINA / FREKVENCISA (ω)

↳ broj „punih krugova” u jedinici vremena

$$\omega = 2\pi F = \frac{2\pi}{T} \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

→ za jednoliko kruženje je KONSTANTNA

(općenito to ne mora vrijediti - onda)
 titranje NISJE harmonijsko

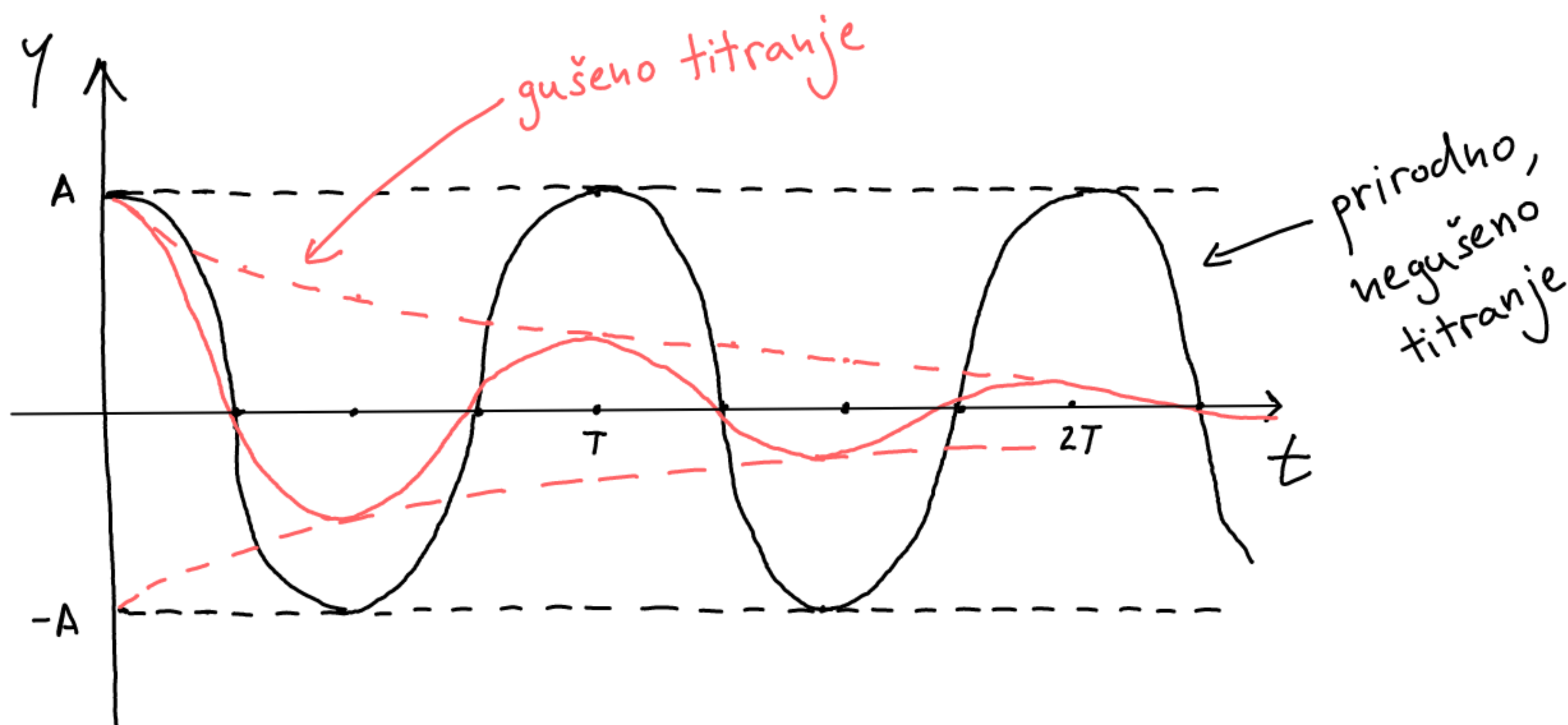
→ titranje može biti slobodno / prirodno / ugušeno (samo početni „podražaj“) – nema ni gubitka ni unosa energije (ukupna energija konstantna, očuvana)

→ titranje PRIRODNO frekvencijom: $\omega_0 = 2\pi f_0$
(svi stabilni sustavi ju imaju ...)

→ ako postoji neko trenje u sustavu (neki način gubljenja energije, neka DISIPATIVNA sila) onda se titranje s vremenom smanjuje – GUŠENO TITRANJE

→ frekvencija se malo mijenja, ali ostaje približno ista ...

→ u praksi uvijek ima trenja, ali može biti VRLO MALO



→ ako postoji periodična VANJSKA SILA koja sustav stalno "gura" onda je to TJERANO ili PRISILNO TITRANJE

→ to može u oscilator unositi energiju, ili ju "isisavati"

→ sustav će titrati frekvencijom vanjske pobude (f_v)

→ REZONANCISA: kada je frekvencija vanjske pobude jednaka (ili bliska) vlastitoj/prirodnoj ($f_v \approx f_0$)

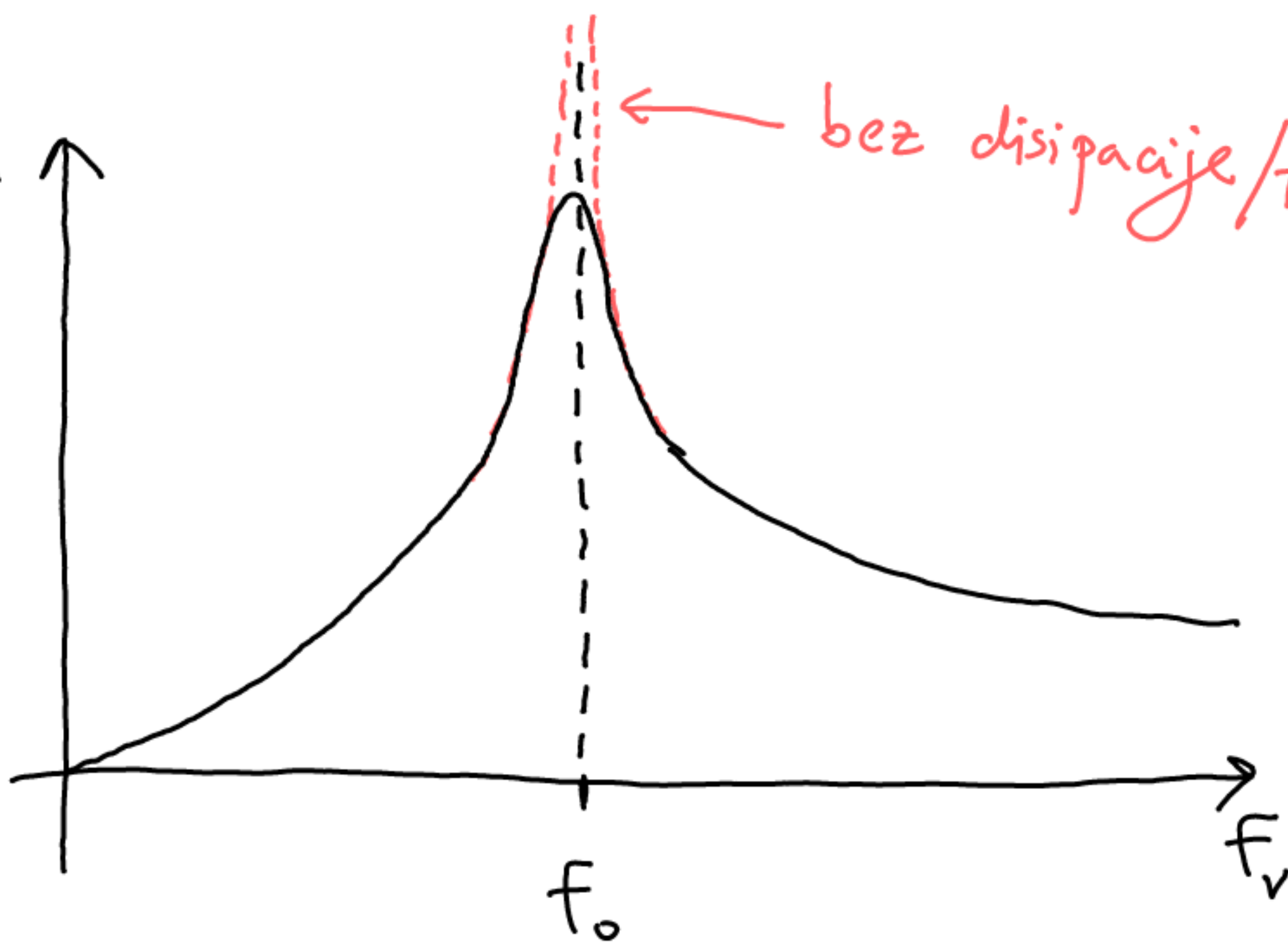
⇒ stalno uvođenje energije u sustav

⇒ amplituda titranja se povećava sve dok gubitak energije kroz trenje ne postane jednak unosu energije kroz prisilu...

⇒ ako trenja/disipacije nema ili nije dovoljno veliko/jako... BOOM! (s vremenom)

amplituda
titranja

A



bez disipacije/trenja

f_v

← frekvencija
vanjske pobude

VALOVI (ponavljanje)

↳ definicija: prijenos energije kroz neko sredstvo (MEDIJ)

titranjem elemenata / čestica tog sredstva

↳ može se opisati i zamisliti kao sustav
(PO)VEŽANIH OSCILATORA

VALNA DULJINA (λ): duljina u kojoj se val jednom ponovi u prostoru (npr. od „vrha” jednog do „vrha” sljedećeg „brijega”)

VALNI BROJ (k): broj „punih valova” (valnih duljina) u jedinici duljine ...

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- prostorni analog ω (isto ono što je kutna frekvencija u vremenu)

- formula za (harmonijski) val:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx) \text{ [m]}$$

POMAK

od ravnotežnog položaja

na mjestu x i

u trenutku t

KUTNA BRZINA

(ponavljanje u
vremenu)

VALNI BROJ

(ponavljanje u
prostoru)

FAZA (kx)

→ BRZINE VALA

↳ FAZNA BRZINA (v_f) – brzina pomicanja
„zamisljene“ točke koja ima stalno istu fazu,
npr. „vrh“ jednog „brijega“ ...

⇒ matematički: $y(x_1, t_1) = y(x_2, t_2)$

$$\Rightarrow A \cdot \sin(\omega t_1 - kx_1) = A \cdot \sin(\omega t_2 - kx_2)$$

$$\Rightarrow \omega t_1 - kx_1 = \omega t_2 - kx_2$$

$$\Rightarrow k(x_2 - x_1) = \omega(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow \frac{\omega}{k} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_f \text{ (po definiciji)}$$

↳ alternativno (intuitivno): val napravi
jednu valnu dužinu u jednom periodu ...

$$\Rightarrow v_f = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad \left(= \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} \right)$$

→ GRUPNA BRZINA (v_g) – brzina prijenosa energije
(def. $v_g = \frac{d\omega}{dk}$)

↳ za čiste harmonijske valove $v_g = v_f$, ali
to općenito ne vrijedi (npr. impulsi) i ovisi o
sredstvu

→ VRSTE VALOVA:

→ po smjeru titranja medija (čestica):

↳ TRANSVERZALNI - okomito na smjer širenja vala

↳ LONGITUDINALNI - u smjeru širenja vala

→ po obliku vala:

↳ KRUŽNI/KUGLASTI - izvor jedna točka

↳ RAVNI - izvor pravac (ili JAKO DALEKO od točkastog izvora)

↳ ...

- formula s kojom radimo (1D),

generalizirana na 2D i 3D

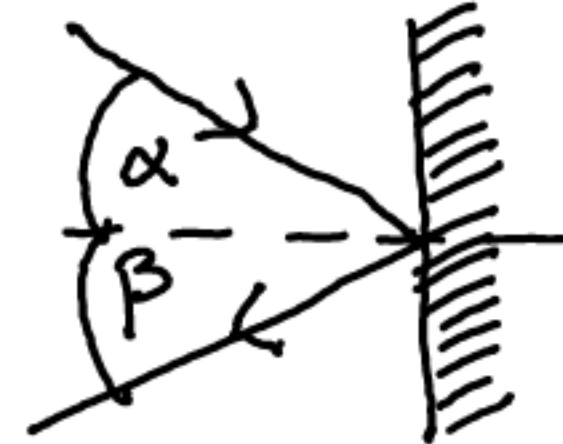
↳ STOJNI VALOVI

↳ zadani rubni uvjeti u sredstvu konačnih dimenzija određuju „dozvojene“ valne dužine...

→ čini se kao da „stoji“ (trbusi i čvorovi)

→ rezultat interferencije upadnih i reflektiranih valova...

→ VALNE POJAVE:



→ REFLEKSIJA (odbijanje)

↳ od „zida“ / nekog „čvrstog kraja“: $\beta = \alpha$

↳ kut isti po iznosu, pomak u fazi od π !

↳ na granici različitih sredstava (različite v_f)

↳ djelomično odbijanje („mekani zid“)

→ REFRAKCIJA (LOM)

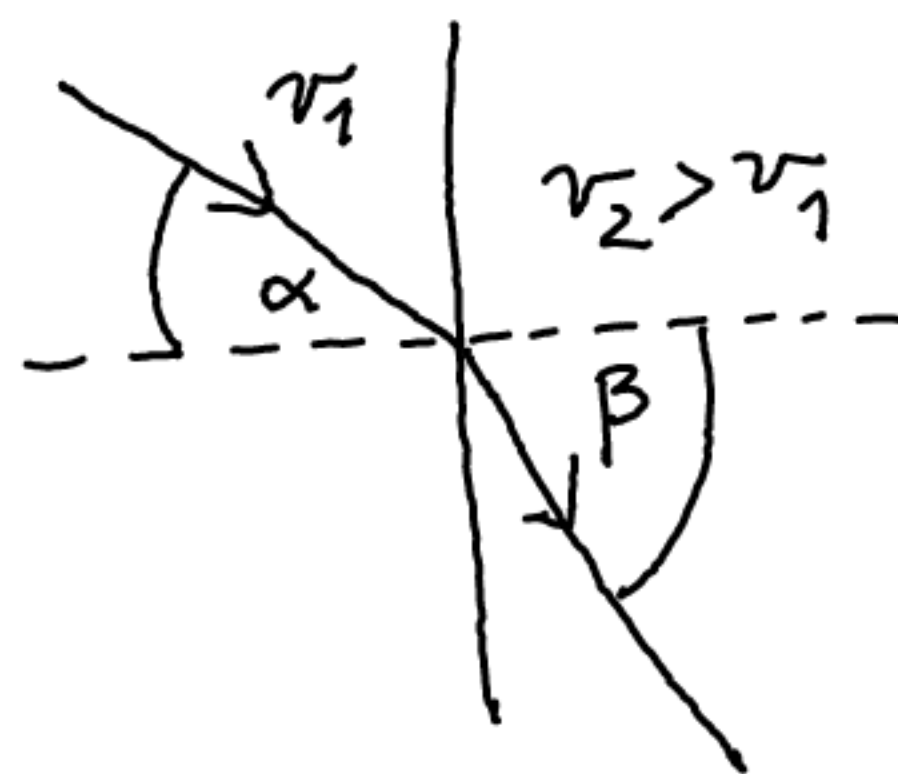
↳ na granici sredstava različitih svojstava

↳ različite $v_f \Rightarrow$ različite valne dužine (λ)

(frekvencija je svojstvo izvora - ne mijenja se !)

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

↑ izvod
geometrijski

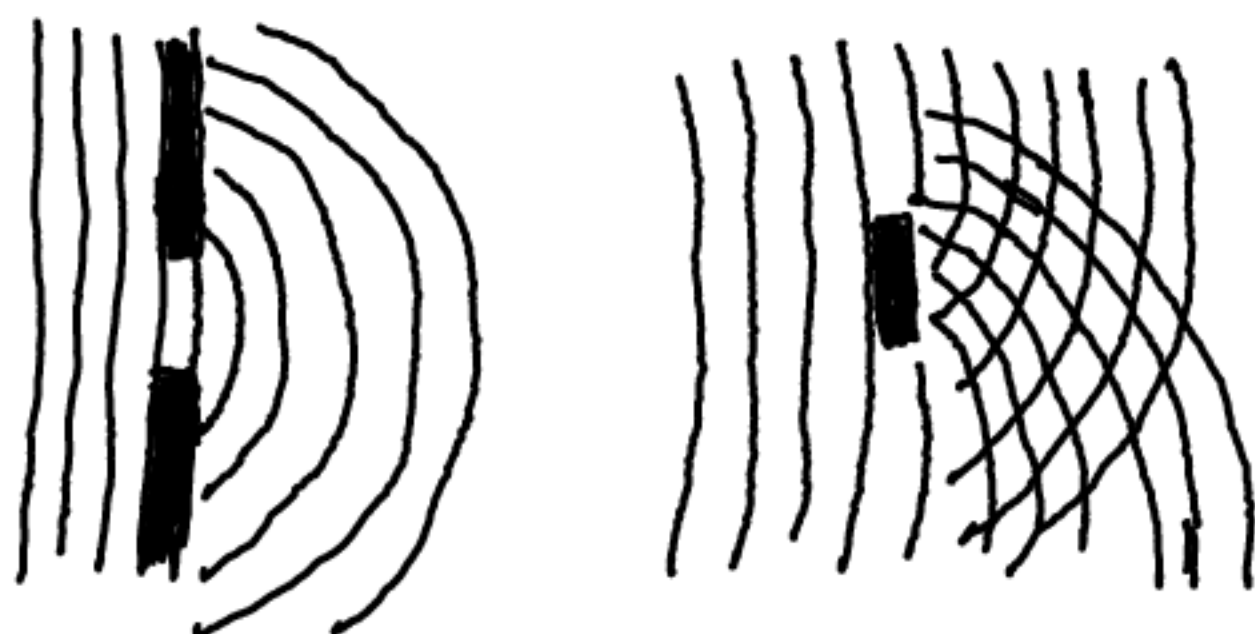


→ DIFRAKCIJA (OGIB)

↳ „zaoblježivanje“ prepreke

↳ HUYGENSOV PRINCIP: svaka točka vala je

izvor novog kružnog vala !



↳ INTERFERENCIJA

↳ susretanje više valova u istom (x, t)

↳ zbrajanje (trigonometrijskih) funkcija

(samo za iste f tj. λ)

↳ KONSTRUKTIVNA - poklapaju se „brijegovi“

(maksimalno)
pojačavanje

$$\Delta x = n \cdot \lambda$$

$$\text{jer onda } k \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n \cdot \lambda = \underline{\underline{2n \cdot \pi}}$$

↳ DESTRUKTIVNA - poklapaju se „brijeg“ i „dol“

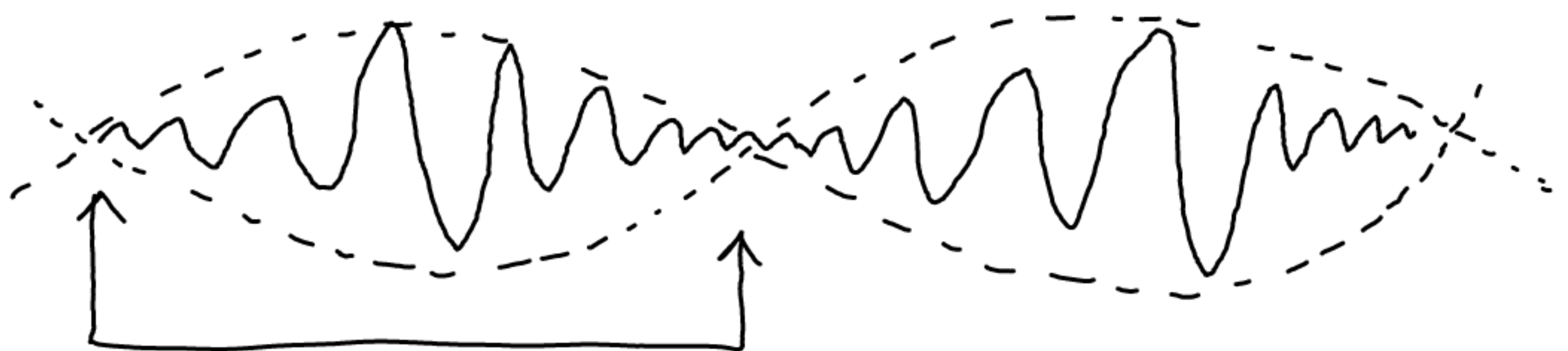
(potpuno)
ponišćavanje

$$\Delta x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{jer onda } k \cdot \Delta x = \underline{\underline{(2n+1) \cdot \pi}}$$

↳ Ako su frekvencije RAZLIČITE onda može biti svašta...

↳ npr. ako su različite, ali vrlo bliske $\Rightarrow$ UDAR



$$f_{\text{udar}} = \Delta f$$