

RELATIVNOST U FIZICI

↳ princip: zakoni fizike dani su / definirani su /
(Galileo ~1600.) postoje u odnosu na (in relation to)

INERCIJALNE REFERENTNE SUSTAVE (IRS)
($v = \text{konst.}$)

→ to znači da imaju isti "oblik" / "formu" /
matematički zapis u svakom IRS-u

Referentni sustav je kao "perspektiva" nekog
"promatrača" koji u tom sustavu miruje, i ima
svoj koordinatni sustav koji (u tom sustavu) miruje
i u odnosu na koji se sve "mjeri", tj. izražava u
koordinatama (x, y, z) tog sustava (nazovimo ga " S ").

Inercijalni sustav je onaj koji se u odnosu na
drugi giba konstantnom brzinom (nazovimo ga " S' ").

pr. S' se u odnosu na S može gibati brzinom

V u x -smjeru, što je ISTO kao da kažemo da
se S giba brzinom V u $-x$ smjeru (u odnosu na S')

→ posljedice principa relativnosti:

1) nema (ne postoji) posebni / apsolutni IRS
koji je točniji / ispravniji od drugih (svi su isti)

2) vrijede GALILEJEVE TRANSFORMACIJE

koordinata (između S i S' kao u primjeru iznad):

promjena perspective
= zamjena "crtica"
+ " V " u " $-V$ "

$$x = x' + V \cdot t$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$(t = t')$$

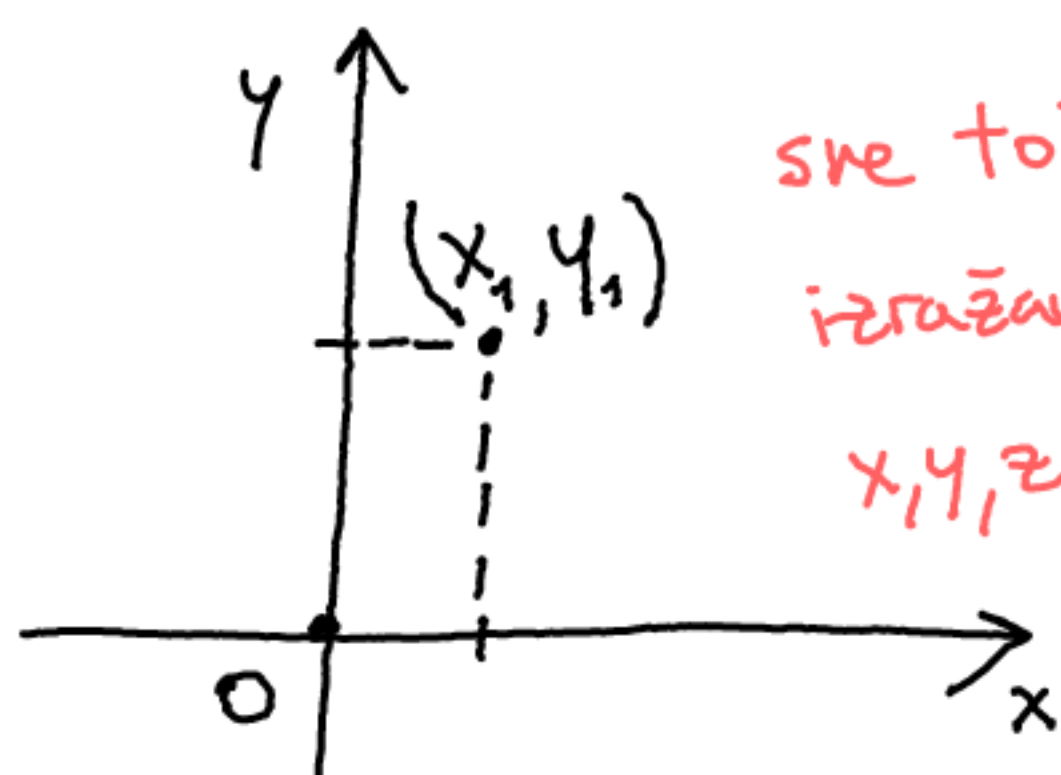


(ako su S i S'
na istom mjestu
u $t=0$)

← to se pretpostavljalo kao
očigledno i neupitno

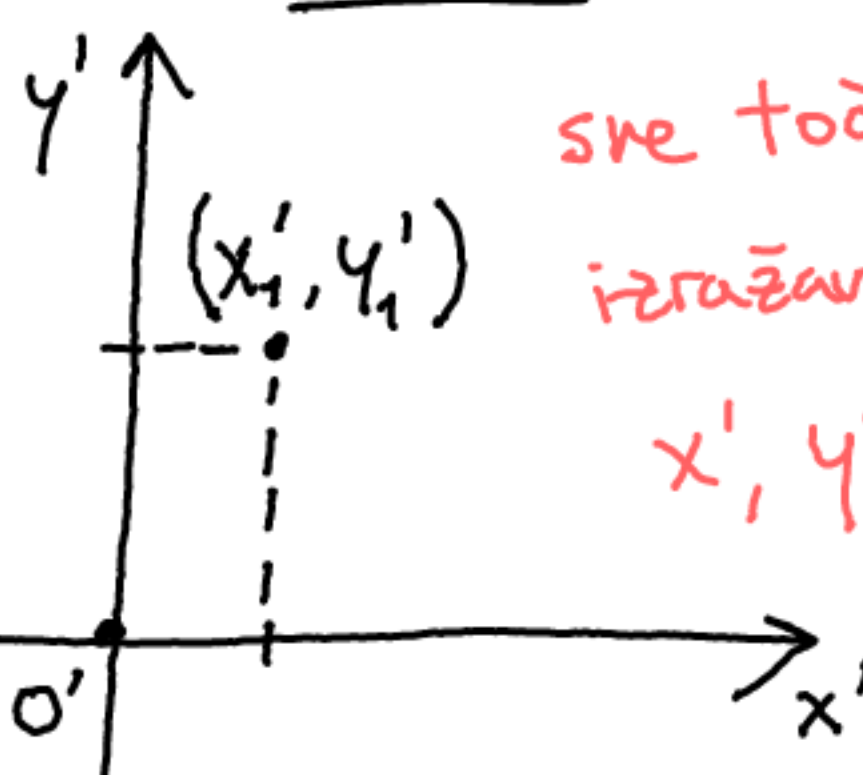
upr.

u S :



sve točke se
izražavaju u
 x, y, z (za 3D)

u S' :



sve točke se
izražavaju u
 x', y', z'



(u $t=0$:
 $x_1 = x'_1$
 $y_1 = y'_1$)

cijeli S' se giba u odnosu
na S konstantnom brzinom V
u x -smjeru (y i z "poravnati")

[upr. u brodu ili vlakcu]

brzine: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (kretanje neke točke/tijela u S)

$$v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta(x - V \cdot t)}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} - V \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \boxed{v' = v - V}$$

„obično“ (očekivano)
zbrajanje brzina

akceleracije: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$a' = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{\Delta(v - V)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} - 0$$

V je konst.,
↓ ne mijenja
se u
vremenu!

$$\Rightarrow \boxed{a' = a} \quad !$$

2. Newtonov zakon: $a = \frac{F}{m}$ (u S) $\left. \begin{array}{l} \text{1. je princip relativnosti,} \\ \text{3. slijedi automatski} \end{array} \right\}$ ISTI „oblik“, matematički zapis, u oba sustava!

$a' = \frac{F}{m}$ (u S')

→ to su jedini zakoni (u ono vrijeme), sve ostalo su detalji u vezi sila (kakve i odakle), ali sve se prenosi silama preko tijela → samo MEHANIKA (zemaljska i nebeska)

Zbog nebesa (zvijezdi itd.) Newton je tvrdio (i imao jake argumente) da postoji apsolutni referentni sustav i ideja apsolutne relativnosti nije bila aktualna/glavna, a ono što je Newton (bio) rekao teško se odbacivalo (slično kao i s korpuskularnom teorijom svjetlosti).

Krajem 19. stoljeća → ELEKTRODINAMIKA (Maxwellove jednačbe)

→ nova stvar jer predviđa valove koji naizgled nisu MEHANIČKI (nema sredstva, samo $\vec{E}$ i $\vec{B}$)

⇒ rješenje: ETER (Aether) – izmišljena tvar posvuda koja miruje u odnosu na „svemir“

ideja: svi EM valovi su valovi etera, eter je sredstvo koje prenosi EM valove

– više različitih teorija:

- 1) mirni eter (zemlja samo prolazi → eterški vjetar)
- 2) zemlja povlači eter za sobom ...
- 3) ...

→ razni „problemi“ i nekonzistentnosti također
i u sprezi elektrodinamike s mehanikom, npr.

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Lorentzova sila:} \\ \text{na naboj } q \text{ u polju} \\ \vec{E} \text{ i } \vec{B} \end{array} \right)$$

→ problem: što ako „uđemo“ u sustav S' u
kojem naboj q „stoji“ ($\vec{V} = \vec{v}$), onda
u S' nema magnetskog dijela sile!
(jer je $\vec{v}' = 0$)

... A Galilejeve transformacije $\vec{E}$ i $\vec{B}$
ne rješavaju problem!

→ dio problema (i u skladu s nekim teorijama
etera, ali nikad sve) riješile su LORENTZOVE

TRANSFORMACIJE:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$x = \gamma (x' + v \cdot t')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma \left(t' + \frac{v}{c^2} x' \right)$$



→ objasnile su negativne rezultate

Michelson-Morley eksperimenta

(da je brzina svjetlosti ista u svim sustavima)

→ Maxwellove jednačbe su invarijantne na te transformacije (iste u svim IRS-ima)

primjer: transformacija EM-vala: $E(x, y, z) = E_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$
(isto je i za B ...)

I) Galilejeve t.: $E(x', y', z') = E_0 \cdot \sin(k(x' + v \cdot t') - \omega \cdot t') =$
 $= E_0 \cdot \sin(kx' - \omega(1 - \frac{v}{c})t')$

$$c = \frac{\omega}{k}$$

→ ne putuje brziom c !

II) Lorentzove t.: $E(x', y', z') = E_0 \cdot \sin(kx(x' + v \cdot t') - \omega x(t' + \frac{v}{c^2}x')) =$

$= \dots =$

$$= E_0 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \cdot (\omega t' - k \cdot x')\right)$$

▶ Doppler efekt
• za svjetlost

→ ide brziom c !

↓
brzina vala ostaje ista, ali se mijenjaju $\omega(f)$ i $k(\lambda)$

[za one koji žele znati
više: REDSHIFT (Google)]

izvod
završiti
doma
sami

No, ljudi i dalje nisu odbacili ideju ETERA
(koja je korištena u izvodu transformacija) i nisu
imali jasnu/točnu interpretaciju transformacije
vremena (Poincare je najdalje došao)...

EINSTEIN (1905. - O elektrodinamici tijela u gibanju)

↳ 3. članak njegove ANNUS MIRABILIS

↳ SAMO 2 PRETPOSTAVKE (i ništa više):

1) PRINCIP RELATIVNOSTI za SVE zakone fizike
(uključujući elektrodinamiku)

2) Brzina svjetlosti je APSOLOUTNA i iznosi c
(jednaka u svim IRS-ima)

To, skupa sa svim posljedicama, se kasnije nazvalo
SPECIJALNA TEORIJA RELATIVNOSTI (STR)

→ samo iz toga (i ničega više, dakle ni etera) Einstein
IZVODI kao posljedicu LORENTZOVE transformacije

→ s obzirom da pretpostavka ETERA nije potrebna,
logično je zaključiti da ga ni nema! (Occamova britva)

Google

→ Einstein također tvrdi da je i VRJEME
RELATIVNO, dakle da NEMA apsolutnog
vremena (koje je isto u svim IRS-ima) nego
svaki IRS ima "svoje" jednakovrijedno vrijeme

→ vrijeme (t) postaje koordinata!

(kao i 3 prostorne - x, y, z - ali ipak malo drugačija)

⇒ Umjesto 3D prostora zapravo živimo

u (3+1)D PROSTOR-VREMENU (MINKOWSKI)

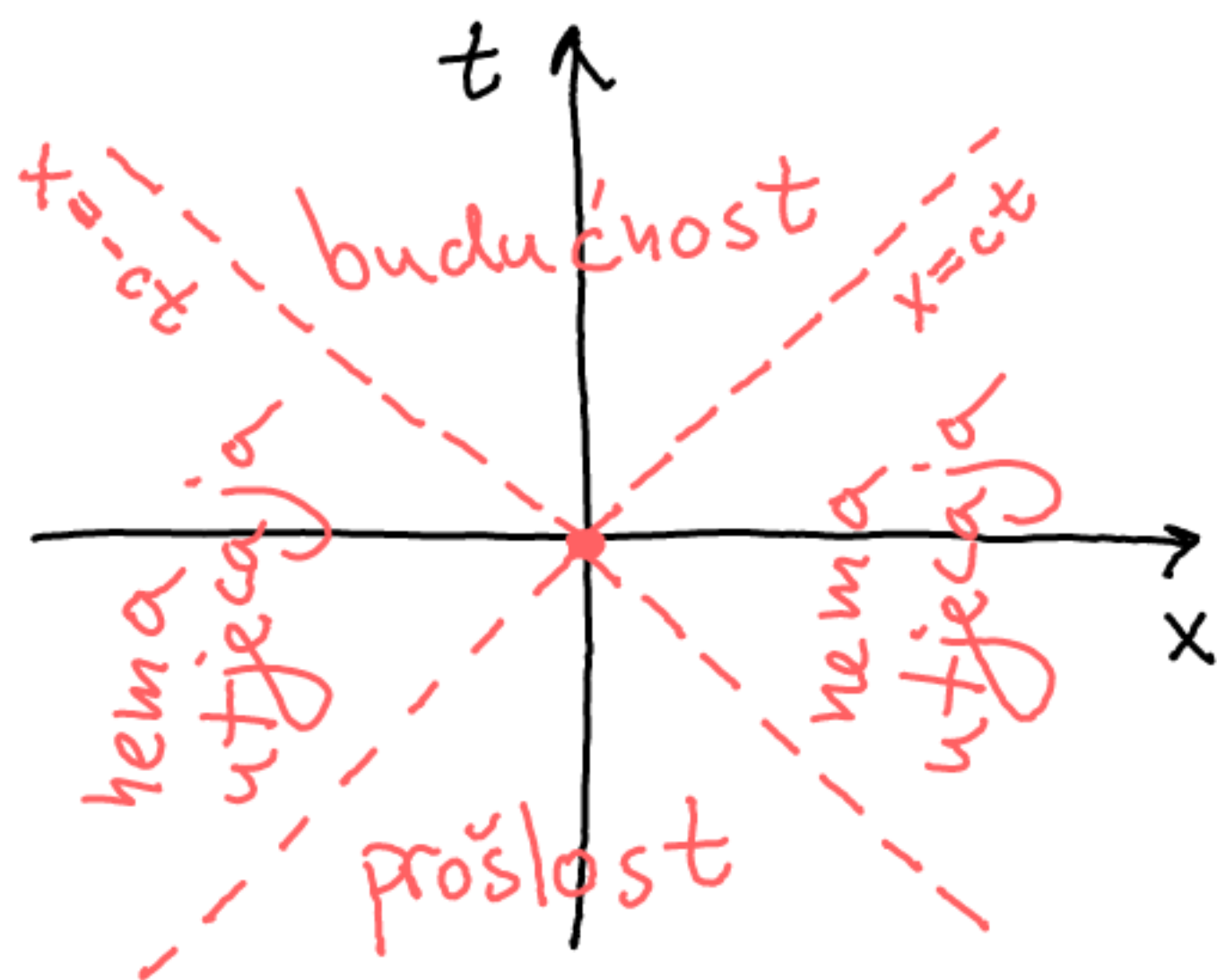
→ Točke u prostor-vremenu su DOGAĐAJI!

↳ (x, y, z, t) u S

(x', y', z', t') u S'

(events)

→ moгуće prikazati u prostor-vremenskim dijagramima:



→ bljesak svjetlosti može utjecati
na sve u "gornjem" "stošcu"
(Future cone) i sve iz
"donjeg" (past cone) je
moglo utjecati na njega...

napredna
tema

Posljedica relativnosti vremena je i ...

RELATIVNOST SIMULTANOSTI !

→ Nešto što je u S simultano (istovremeno) u S' općenito NEĆE biti !

→ ALI REDOSLIJED događaja koji (načelno) su/bi mogli utjecati jedan na drugog NIKADA neće, tj. NE MOŽE biti ZAMJENJEN (uzrok → posljedica)

Prije primjene Lorentzovih transformacija na realistične zamišljene situacije, malo analize ...

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

→ što ako $v \ll c$ (npr. 100 ili 1000 $\frac{m}{s}$):

$$\frac{v}{c} \approx 0 \Rightarrow 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \approx 1 \Rightarrow \gamma \approx \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

↓

što ako $v \rightarrow c$

$$\frac{v}{c} \rightarrow 1 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\rightarrow 0} \rightarrow \underline{\underline{+\infty}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \gamma(x' + v \cdot t') \approx x' + v \cdot t' \\ t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \approx t' \end{aligned}$$

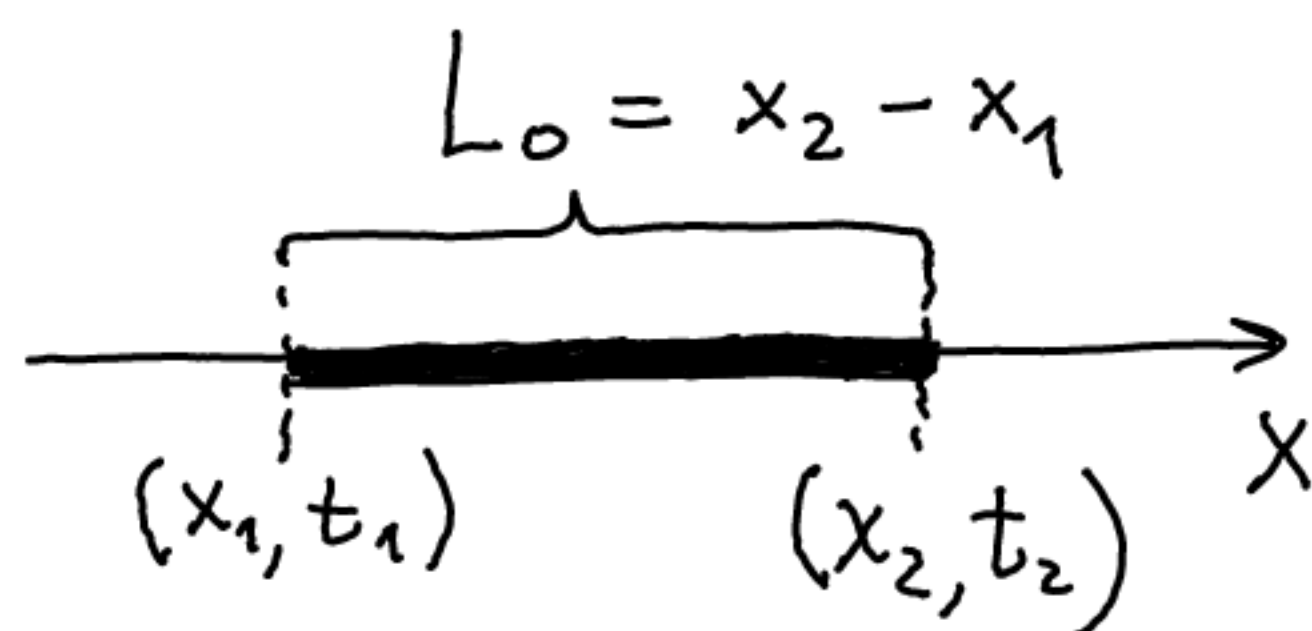
Galilejeve
transf. !

⇒ c je maksimalna (i nedostižna) brzina !

Općenite posljedice primjene Lorentzovih transformacija:

1) KONTRAKCIJA DULJINA

u S štap stoji:



→ 2 događaja/mjerenja:

$$\left. \begin{array}{l} D_1(x_1, t_1) \\ D_2(x_2, t_2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} t_1 \text{ i } t_2 \text{ proizvoljni} \\ \text{(jer štap miruje)} \end{array}$$

u S' (V u x-smjeru u odnosu na S):

→ početak i kraj se moraju mjeriti

u ISTOM TRENUTKU (jer se štap giba)

$$\Rightarrow \boxed{t'_1 = t'_2}$$

$$x = \gamma(x' + V \cdot t')$$

$$\left. \begin{array}{l} D_1(x'_1, t'_1) \\ D_2(x'_2, t'_2) \end{array} \right\} \underbrace{x_2 - x_1}_{L_0} = \gamma \underbrace{(x'_2 - x'_1)}_{L'} + \gamma \cdot V \cdot \underbrace{(t'_2 - t'_1)}_{=0}$$

$$L_0 = \gamma \cdot L'$$

$$\Rightarrow \boxed{L' = \frac{L_0}{\gamma}} < L_0 \quad \left(\text{jer je } \underline{\underline{\gamma > 1}} \right)$$

uvijek

⇒ stvari su NAJDUŽE KAD MIRUJU, kada se gibaju su kraće (što brže to kraće)

⇒ to nije PRIVID nego STVARNOST (za svaki sustav)

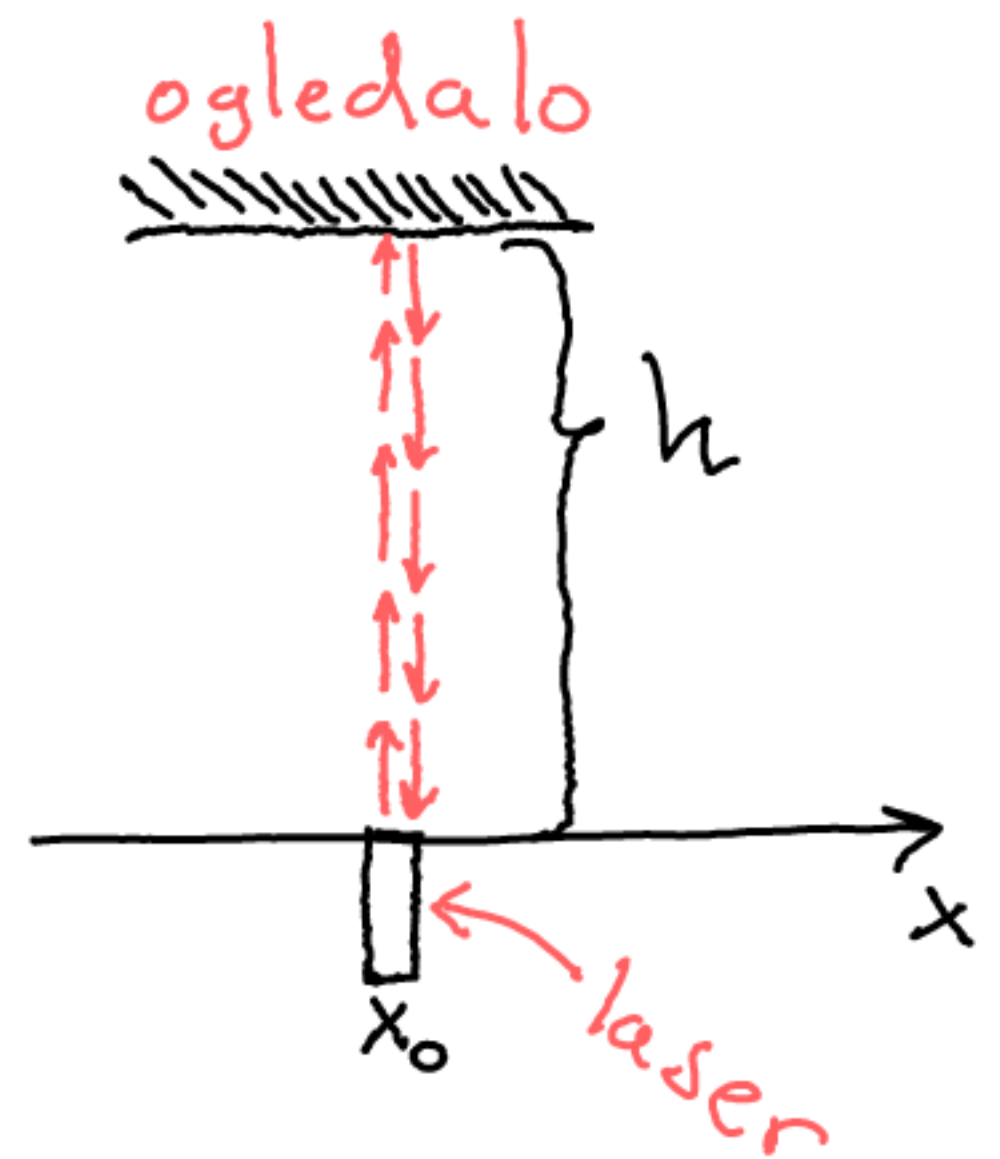
2) DILATACIJA VREMENA

u S laser i ogledalo miruju:

puls svjetlosti van: $D_1(x_0, t_1)$

puls -||- nazad: $D_2(x_0, t_2)$

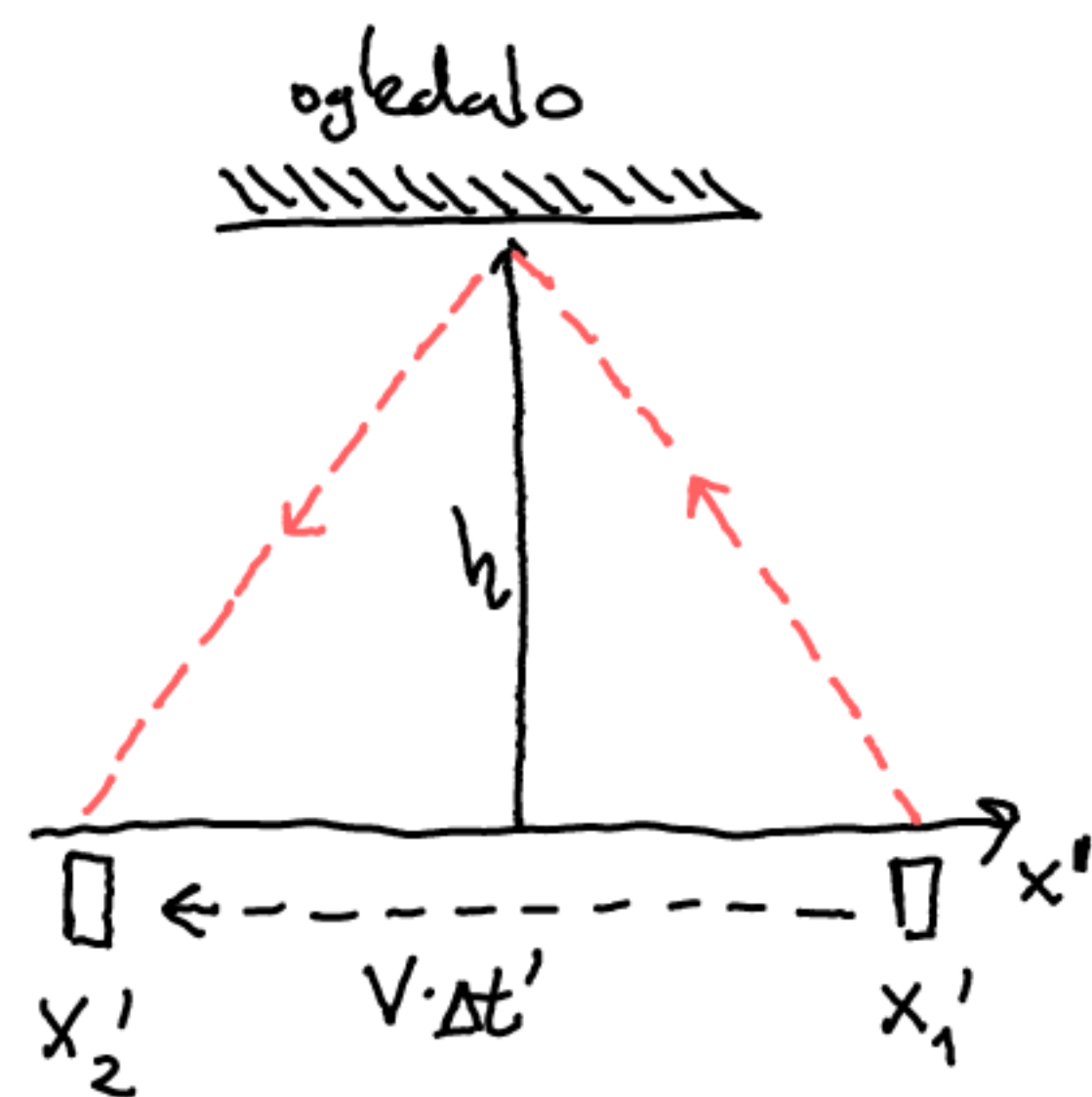
$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2h}{c}$$



u S' (V u x-smjeru u odnosu na S):

$$\left. \begin{aligned} t_1' &= \gamma \left(t_1 - \frac{V}{c^2} x_0 \right) \\ t_2' &= \gamma \left(t_2 - \frac{V}{c^2} x_0 \right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} t_2' - t_1' &= \gamma(t_2 - t_1) - \\ &\quad \frac{\gamma \cdot V}{c^2} \underbrace{(x_0 - x_0)}_{=0} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t_2' - t_1' = \boxed{\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t}$$

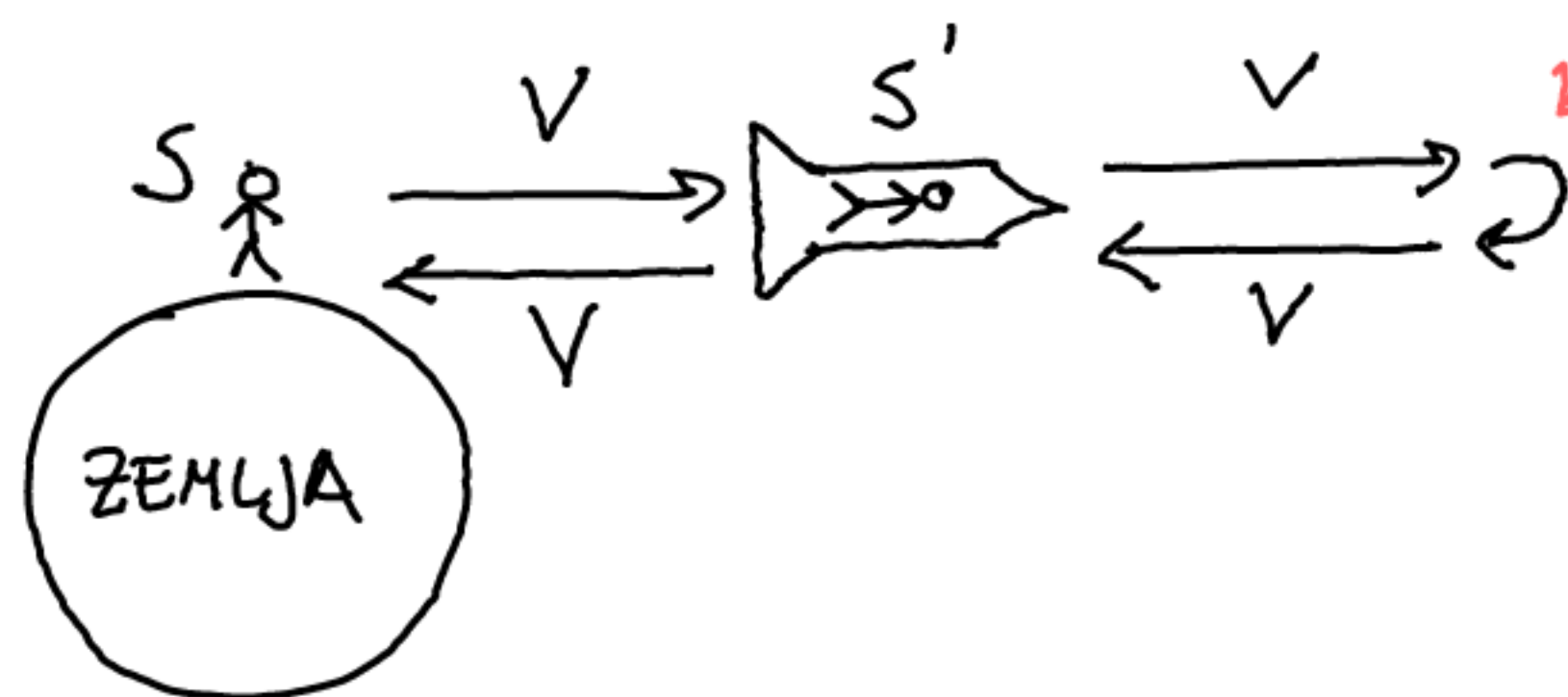


(ali $x_1' \neq x_2'$ → nije više ista točka u S',
svjetlost je prešla duži
put ...)

⇒ vrijeme NAJSPORIJE teče u sustavu u kojem
MIRUJEŠ (najkraći intervali)

⇒ NIJE PRIVID nego STVARNOST (za svaki sustav)

→ „paradoks“ blizanca:



PROMJENA
IRS-a
(dogadjaju se
neke SILE)

→ iz perspektive ovog na zemlji (S) on je
mirovao pa je $\Delta t' > \Delta t$, dakle
blizanac (S') je ostario više od njega

→ iz perspektive blizanca (S') on je
mirovao pa je $\Delta t' < \Delta t$, dakle ovaj
na zemlji (S) je ostario više od njega

→ nema paradoksa jer nema simetrije, blizanac

je „proživio“ promjenu IRS-a (a za to su
potrebne sile/akceleracije, a to se može mjeriti)

→ ispada da je on (S') u pravu ...

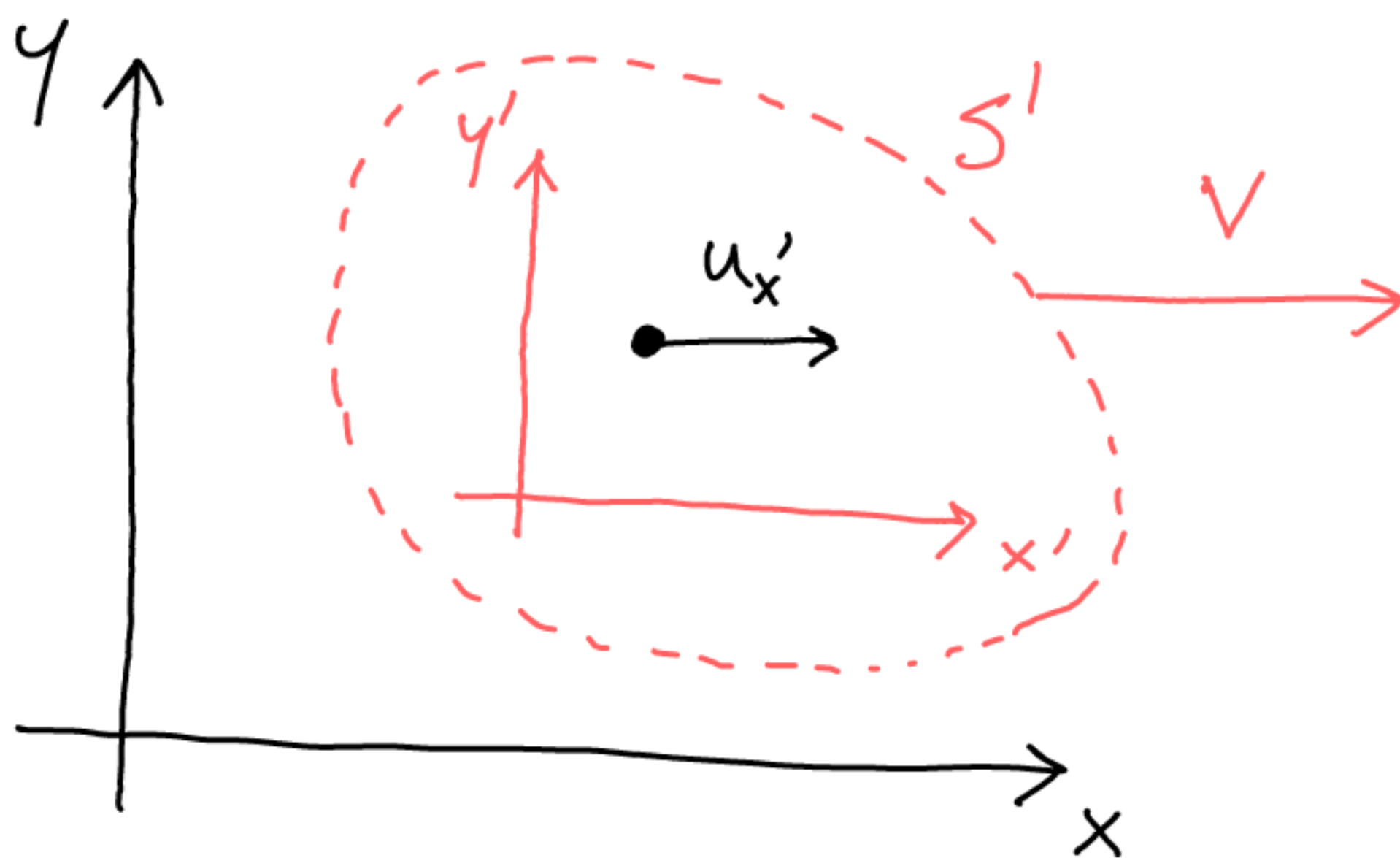
→ općenito: manje starite (satovi, pa i biološki teku
najsporije) kada se gibate (u odnosu na
preferirani ref. sustav → ZEMLJA)



3) ZBRAJANJE BRZINA

Neko tijelo se, u sustavu S' , giba brzinom $u'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$. Sustav S' se giba brzinom V u x -smjeru u odnosu na sustav S . Koja je brzina tijela u sustavu S ?

slika:



račun:

$$u_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\cancel{\gamma} (\Delta x' + V \cdot \Delta t')}{\cancel{\gamma} (\Delta t' + \frac{V}{c^2} \cdot \Delta x')} \cdot \frac{1}{\Delta t'} \Rightarrow$$

$$u_x = \frac{u'_x + V}{1 + \frac{V \cdot u'_x}{c^2}}$$



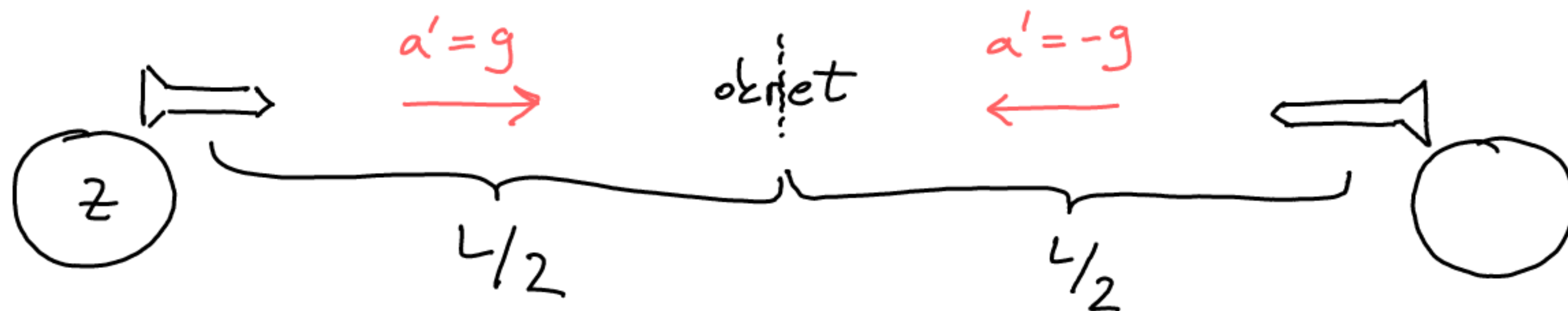
u „staroj“ fizici ($c = \infty$)

$$\Rightarrow u_x = u'_x + V$$

→ „normalno“ zbrajanje brzina ...

"Praktični" primjer - putovanje svemirom...

[neobavezna
zanimljivost!]



sustav S - ZEMLJA : ukupno vrijeme - T
ukupna udaljenost - L
brzina broda - $v(t)$

sustav S' - čovjek u svemirskom brodu :

- brzina čovjeka u brodu - $v_x' = 0$
- akceleracija čovjeka u brodu - $a_x' = \pm g$ (umjetna gravitacija)
- ukupno vrijeme za čovjeka u brodu - T'

$$\Rightarrow v(t') = \begin{cases} c \cdot \tanh\left(\frac{g \cdot t'}{c}\right), & t' \in [0, T'/4] \\ c \cdot \tanh\left(\frac{g(T'/2 - t')}{c}\right), & t' \in [T'/4, 3/4 \cdot T'] \\ c \cdot \tanh\left(\frac{g(t' - T')}{c}\right), & t' \in [3/4 \cdot T', T'] \end{cases}$$

$$T = \frac{4 \cdot c}{g} \cdot \sinh\left(\frac{g \cdot T'}{4 \cdot c}\right)$$

$$L = \frac{2 \cdot c^2}{g} \left[\cosh\left(\frac{g \cdot T'}{4 \cdot c}\right) - 1 \right]$$

za $T' = 50$ godina :

$$T \approx 965\,000 \text{ godina}$$

$$L \approx 484\,000 \text{ ly}$$

$$v_{\max} = \underbrace{0.99999999999923}_{\times 11} \cdot c$$

„RELATIVISTIČKA“ DINAMIKA:

Princip relativnosti zahtijeva da Newtonovi zakoni vrijede, odnosno imaju isti oblik u svim IRS-ima ...

Prije je 2. Newtonov zakon glasio: $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

odnosno $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ($\vec{p} = m \cdot \vec{v}$)

„fundamentalniji“ oblik $\rightarrow$ količina gibanja

Ispada da ako se upotrijebe LORENTZOVE transformacije da princip relativnosti više NIJE zadovoljen, OSM ako se ne PROMIENI definicija količine gibanja:

! $\vec{p} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$

RELATIVISTIČKA KOLIČINA GIBANJA

pri čemu je: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

(oprez! Tu u „ γ “ sada ide brzina tijela u SUSTAVU, a ne cijelog sustava!)

[u tom slučaju ispadne $\frac{\vec{F}}{m} = \gamma^3 \cdot \vec{a} = \gamma'^3 \cdot \vec{a}'$]

$\rightarrow$ nije potrebno znati; za to izvesti potrebno je znati diferencijalni račun (derivacije)

Koristeći relativističku količinu gibanja i ideju da bi KINETIČKA ENERGIJA tijela mase m trebala biti jednaka radu (W) potrebnom da ga se ubrza iz mirovanja do brzine v , Einstein je (u istom onom članku) izveo izraz za kinetičku energiju:

$$E_k = (\gamma - 1) \cdot mc^2 \quad \text{RELATIVISTIČKA KINETIČKA ENERGIJA.}$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \approx \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots - 1 \right) \approx \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right)$$

$$\Rightarrow \underline{E_k \approx \frac{m}{2} v^2} \quad \left(\text{za } \frac{v}{c} \ll 1 \right)$$

U 4. članku Einstein je pokazao da kada tijelo zrači da gubi masu proporcionalno izračenoj energiji, tj. da tijela imaju ENERGIJU MIROVANJA: $E_0 = m \cdot c^2$!

[Već prije su postojali argumenti i izračuni koji su pokazivali ili sugerirali nešto slično koristeći razne ideje i pretpostavke (npr. interakcija s eterom) ...]

Taj Einsteinov rezultat kasnije je uzdignut na opći
PRINCIP EKIVALENCIJE MASE I ENERGIJE!

$\Rightarrow$ SVAKA energija (u mirovanju) odgovara
masi od E/c^2 , i obrnuto

$\Rightarrow$ DOSLOVNO, povećanje energije = povećanje mase
gubitak mase = oslobađanje energije!

Spajanjem rel. kinetičke i energije mirovanja, dobija
se UKUPNA RELATIVISTIČKA ENERGIJA tijela:

! $E_{\text{tot}} = \gamma \cdot m \cdot c^2$ (uvjeri se računom iz formula)

Vrijedi i sljedeći odnos (fundamentalna „formula“ STR-a):

$$E_{\text{tot}}^2 - (p \cdot c)^2 = \underbrace{(m \cdot c^2)^2}_{\substack{\uparrow \\ \text{INVARIANTA} = \text{isto u svim sustavima!} \\ (\text{takvo što ne postoji u „staroj“ fizici!})}}$$

$\Rightarrow$ sljedeći: $E = p \cdot c$ za $m=0$ (bezmasene stvari!)

$E_0 = m c^2$ za $p=0$ (tijela koja miruju)

EUGEN ROŽIČ, prof.