

# POČETCI ; OSNOVE KVANTNE MEHANIKE

I) Planckova relacija (rješuje problema zračenja crnog tijela)

Max PLANCK (1901.) pretpostavlja (bez nekog dobrog i čvrstog fizikalnog objašnjenja) da stijenke šupljine (tvar općenito) mogu „upijati“ zračenje samo u „paketicima“, odnosno KVANTIMA, čija energija je višekratnik od neke osnovne energije koja ovisi samo o frekvenciji EM vala ... Konkretno, pretpostavio je da vrijedi :

$$E_f = h \cdot f$$



PLANCKOVA KONSTANTA

$$(h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})$$

i da stijenke šupljine mogu „upiti“ samo EM valove čija energija je  $N \cdot E_f$  (gdje je  $N$  prirodni broj).

To je matematički egzaktno riješilo problem, ali nije imalo nikakvo fizikalno objašnjenje. Eventualno je moglo biti do prirode atoma, ali teorija atoma nije još postojala, a i Planck nije bio baš uvjereni atomist ... S druge strane, ovakvo rješavanje nije davalo nikakvo objašnjenje zašto Rayleigh-Seansov izvod rezultira UV-katastrofom !

## II) Bohrov MODEL ATOMA (Niels BOHR, Rutherford 1913.)

Tri postulata: 1) elektroni ( $e^-$ ) kruže oko pozitivne jezgre BEZ DA ZRAČE, ali samo kada su u nekim točno određenim orbitama... (iznimka u EM teoriji)

[ ranije već:  
Haas (1910.) &  
Micholson (1912.) ]

2) kutna količina gibanja ( $L$ ) elektrona je KVANTIZIRANA, u skladu s Planckovom idejom:

$$r_n \cdot p_e = L_n = n \cdot h = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

[ Planck 1901., ali  
ne; Einstein 1905. ]

3) prelazak između orbita uzrokuje upijanje ili emisiju EM vala frekvencije:  $\Delta E = h \cdot f$

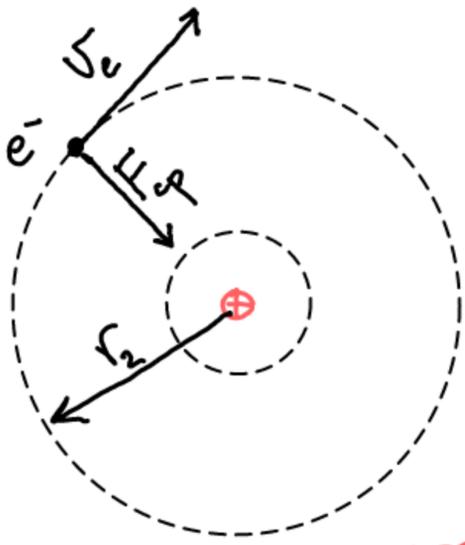
→ tzv. „polukvantni“ model atoma (bez ideje fotona)

→ velika i brza prihvaćenost zbog slaganja sa svim tada najvažnijim i najčvršćim eksperimentalnim podacima...

npr. mogućnost IZVODA Rydbergove formule i teorijskog određivanja veličine atoma (tzv. Bohrov radijus atoma)

(do tada poznata samo masa atoma i veličina jezgre atoma)

→ izvod Rydbergove formule:



I) izjednačavanje sila

$$F_{cp} = F_{el}$$

$$\frac{m_e \cdot v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e \cdot q_s}{r^2}$$

probajte sami...

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \cdot h^2}{m_e \cdot q_e^2 \cdot (z)} \cdot n^2$$

II) energije orbita

$$E_{uk} = E_{kin} + E_{pot}$$

$$E_{uk} = \frac{mv^2}{2} + \left( -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e \cdot q_s}{r} \right)$$

$$E_{uk} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e \cdot q_s}{2 \cdot r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e \cdot q_s}{r}$$

$$E_{uk} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q_e \cdot q_s}{r}$$

$$E_n = -\frac{m_e \cdot q_e^4 \cdot (z^2)}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

2. postulat:  
 $r_n \cdot m_e \cdot v = n \cdot h$

$r_n$  - radius orbite elektrona u n-tom "stanju"

$n=1$  - osnovno, ne pobudeno stanje, minimalna energija

$n=2$  - prvo "pobudeno" stanje

⋮

$n=\infty$  - slobodan elektron, ne više vezan za atom !

Bohrov radius atoma ( $r_B$ ) - osnovno stanje vodika ( $n=1, z=1$ )

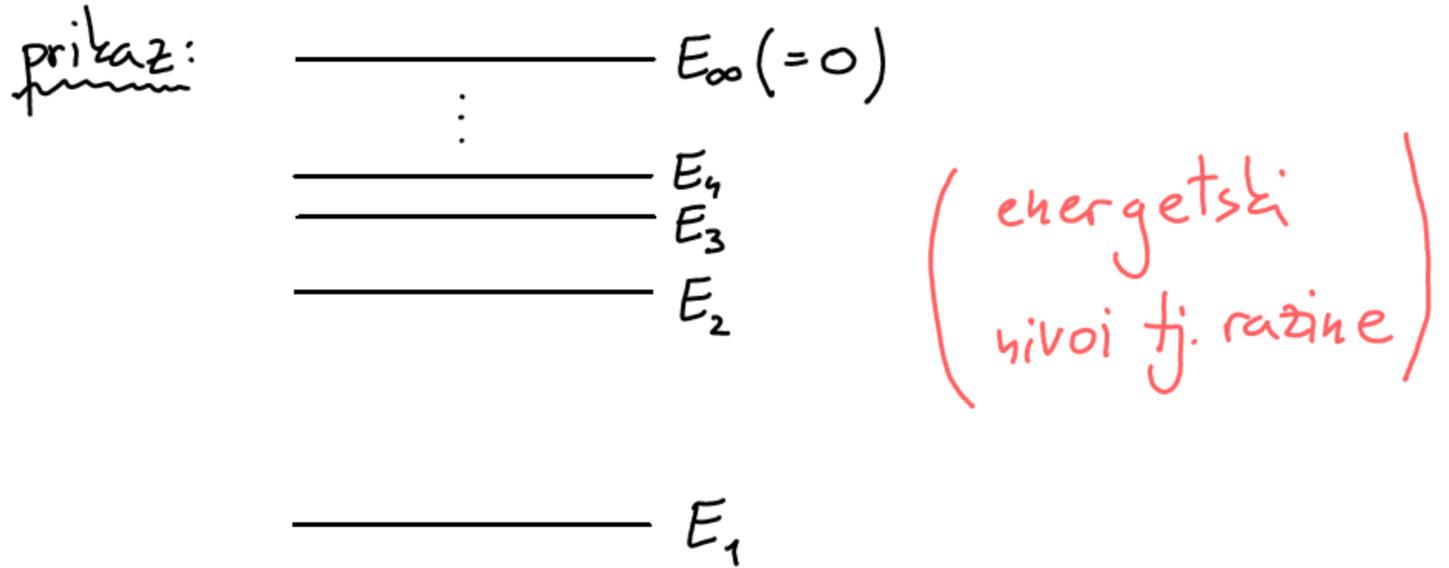
$$r_B = \frac{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot h^2}{m_e \cdot q_e^2} = \dots = 5.293 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 0.53 \text{ \AA}$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

→ prva procjena/ideja veličine atoma! (vrlo točno, za vodik)

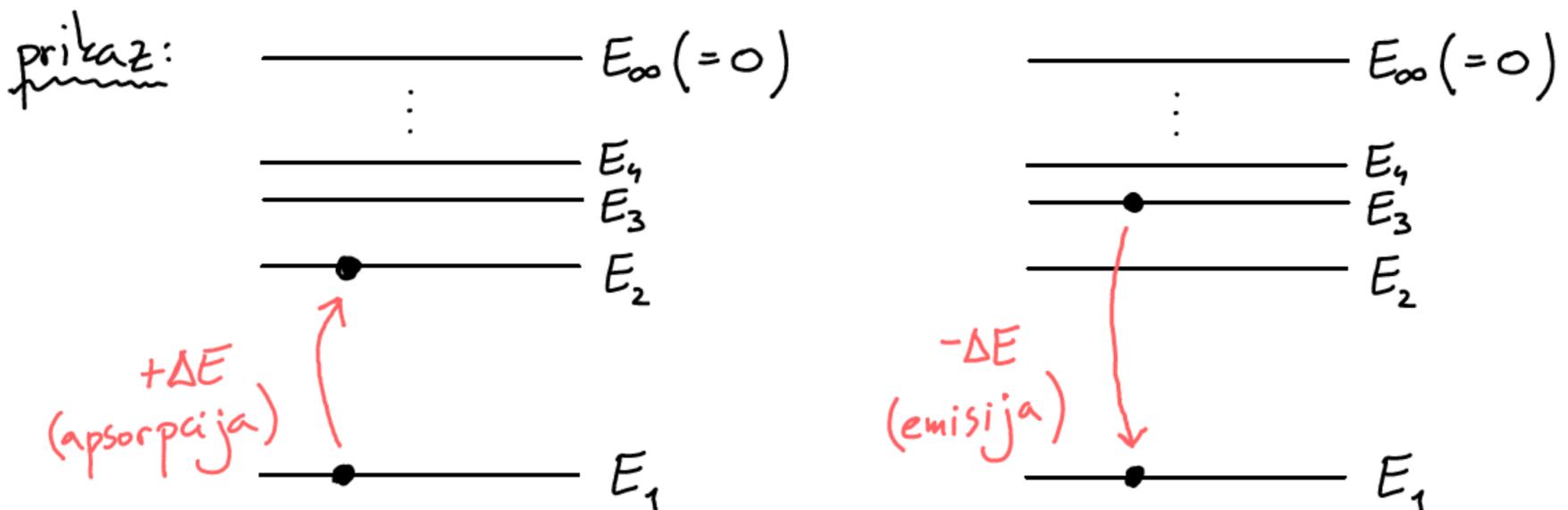
$E_n$  - energija vezanog elektrona u  $n$ -tom stanju (ako je jedini)

$$E_n = \ominus \frac{m_e \cdot g_e^4 \cdot (z^2)}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = - \frac{E_H \cdot (z^2)}{n^2} \quad (\text{uijek NEGATIVNA! zašto?})$$



Prijelaz elektrona iz stanja  $n_1$  u stanje  $n_2$  uzrokuje "upijanje" (ako  $n_2 > n_1$ ) ili oslobađanje (ako  $n_1 > n_2$ ) ENERGIJE:

$$\Rightarrow \Delta E = E_{n_2} - E_{n_1} = -E_H \cdot \left( \frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} \right) = E_H \left( \frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right)$$



Ta energija se oslobađa u obliku EM vala po „principu“  $\Delta E = h \cdot f \dots$

$$\rightarrow \ominus \Delta E = E_H \left( \frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} \right) = h \cdot f \quad ; \quad c = \lambda \cdot f$$

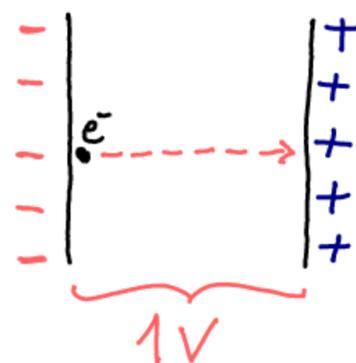
$$\rightarrow \frac{E_H}{h} \cdot \left( \frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} \right) = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{E_H}{c \cdot h} \left( \frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} \right) = R_H \left( \frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_1} \right)}$$

Rydbergova formula !

Rydbergova konst.

$$E_H = 2.18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13.6 \text{ eV} \rightarrow R_H = 1.097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} = \frac{1}{91.2 \text{ nm}}$$

1 eV („elektron-volt“) je energija koju 1 elektron dobije kada je „ubrzan“ naponom od 1 Volta:



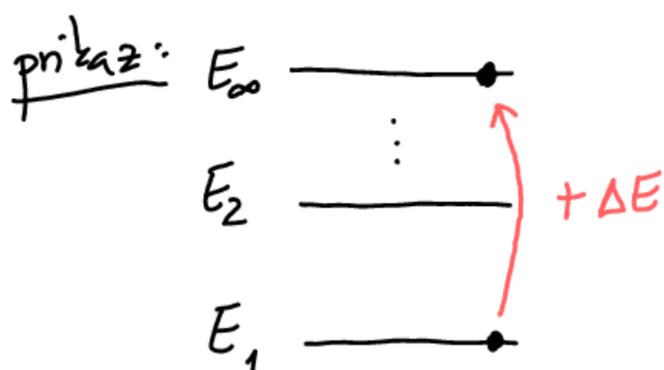
$$E_k = q \cdot U = \underbrace{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}_{\text{naboj elektrona !}} \cdot 1 \text{ V} = \boxed{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}} \quad \blacktriangledown$$

Primer 1: Koliko energije je potrebno da se vodikovom atomu „izbije“ elektron (tzv. energija IONIZACIJE)?

početno stanje:  $n_1 = 1$   
konačno stanje:  $n_2 = \infty$

$$\left. \begin{array}{l} \text{početno stanje: } n_1 = 1 \\ \text{konačno stanje: } n_2 = \infty \end{array} \right\} \Delta E = E_H \left( \frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right) = E_H \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) =$$

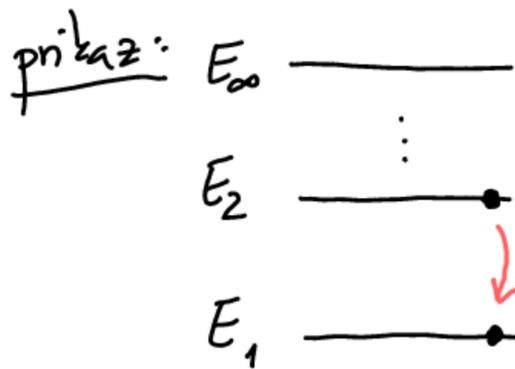
$$= E_H (1 - 0) = E_H = \underline{\underline{13.6 \text{ eV}}}$$



Primjer 2: Svjetlost koje valne dužine izrači atom kada priđe iz 1. pobuđenog stanja nazad u osnovno stanje?

početno stanje:  $n_1 = 2$   
konačno stanje:  $n_2 = 1$

$$\Delta E = E_H \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{1} \right) = -\frac{E_H}{2} = -6.8 \text{ eV}$$



$$\left. \begin{array}{l} c = \lambda \cdot f \\ E_f = h \cdot f \end{array} \right\} \lambda = \frac{c}{f} = \frac{h \cdot c}{|\Delta E|} =$$

$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6.8 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = \underline{\underline{183 \text{ nm}}}$$

→ MANE Bohrovog modela atoma:

- valne dužine emisijskih/apsorpcijskih spektara točne su SAMO za vodik (i vodiku slične atome/ione - samo jedan elektron, ili jedan (valentni) elektron puno dalje od ostalih)
- model daje netočne INTENZITETE emisijskih "linija"
- skoro svi ostali (napredniji/osjetljiviji) fenomeni se ne uklapaju, tj. model daje kriva predviđanja (otkrivano s vremenom)
- (- i dalje nema objašnjenja za UV katastrofu... ) !

### III) Čestična priroda svjetlosti

Einstein je znao za Planckovo rješenje problema zračenja crnog tijela i, istražujući ga detaljnije, zaključio da je Planckovo objašnjenje manjkavo, da odgovor ne može biti u svojstvima materije nego u samoj prirodi svjetlosti...

1905. godine izdao je članak (1. od 4 famozne Annus Mirabilis) u kojemu je predložio **KVANTNU TEORIJU SVJETLOSTI**:

- 1) EM zračenje (svjetlost) nije zapravo val nego kao neka nakupina "kvantata" (komadića) energije  $E = h \cdot f$  koje tvar (atomi) apsorbira ili emitira.  
↑  
frekvencija "vala"
- 2) Valna priroda svjetlosti je na neki način emergentna, proizlazi iz vremenskih prosjeka i dobro opisuje optičke fenomene → **DUALNOST!**
- 3) Intenzitet svjetlosti odgovara **KOLIČINI** ( $N$ ) tih "kvantata" svjetlosti (po površini, u jedinici vremena), odnosno zbroju energija pojedinih "kvantata"

Ti „kvanti“ svjetlosti mogu se interpretirati kao čestice, jer se tako ponašaju (u nekim slučajevima barem)...

⇒ FOTONI - čestice svjetlosti energije  $E_f = h \cdot f$  !  
↑ frekvencija „vaka“

Po STR-u: samo BEZMASENE stvari mogu se gibati brzinom

svjetlosti →  $m_f = 0$

$$\hookrightarrow E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \Rightarrow E_f = p \cdot c$$

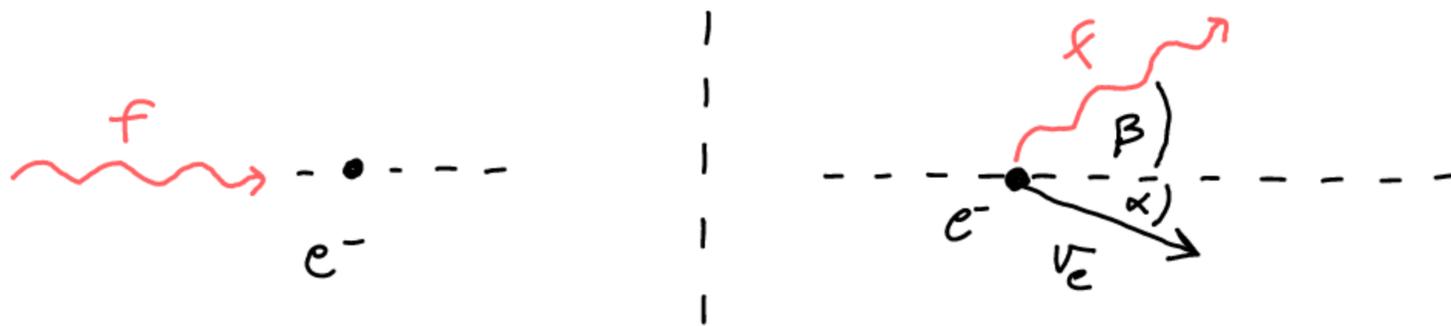
Uz  $E_f = h \cdot f \dots h \cdot f = p \cdot c \Rightarrow p = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$  SPOJ STR-a i kvantne !

⇒ Fotoni imaju količinu gibanja (iako nemaju masu), što znači da stvaraju silu, tlak itd. (eksperimentalno potvrđeno za svjetlost)

Iako je to Einstein predložio i dobro argumentirao još 1905., i iako je to rješavalo i UV katastrofu i objašnjavalo fotoelektrični efekt, dva najpoznatija otvorena problema „stare“ fizike, ta ideja fotona je toliko čudna da ljudi to uopće nisu prihvatili, čak ni nakon eksperimentalne potvrde preko fotoelektričnog efekta (Millikan 1916.) zbog koje je Einstein dobio Nobelovu nagradu 1921. godine ...

## COMPTONOVO RASPRŠENJE (1923.)

- eksperimentalni dokaz raspršenja fotona na slobodnom elektrону, tj. sudar fotona i elektrona ...
- promjena smjera kao da su 2 kuglice !
- zbog ZOKG promjena FREKVENCIE fotona !  
↳ nemoguće objasniti klasično, bez  $E = h \cdot f$



Koristeći ZOKG ( $p_x = p_x', p_y = p_y'$ ), ZOE ( $E_{uk} = E_{uk}'$ ), STR ( $E^2 - pc^2 = m^2c^4$ )

i  $E_f = h \cdot f$  te  $c = \lambda \cdot f$  može se doći do relacije:

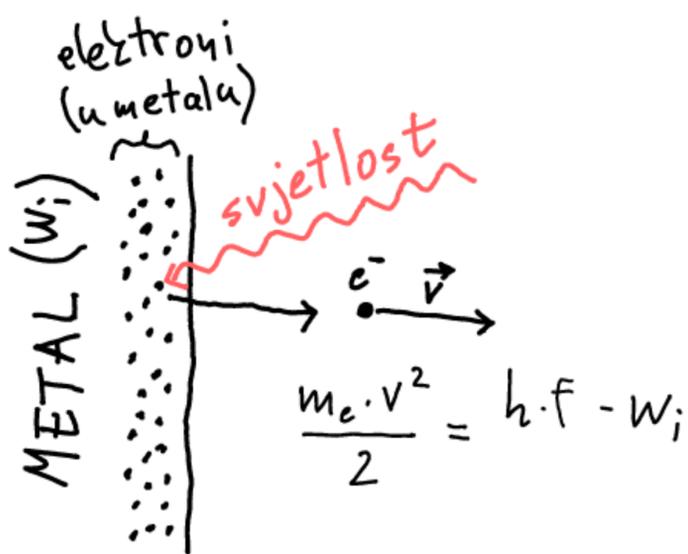
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\beta))$$

probajte izvesti sami...

To je bio konačni dokaz nakon kojeg je do kraja prihvaćena Einsteinova teorija svjetlosti tj. ideja fotona... 18 godina nakon ideje.

## IV) Fotoelektrični efekt

- svojstva materijala određuju minimalnu energiju potrebnu da se iz njega „izbije“ jedan elektron, tzv. IZLAZNI RAD ( $W_i$ )
  - čestice materije (atomi, elektroni, ...) „upijaju“ svjetlost foton po foton (ne 2 ili više odjednom!)
  - svjetlost frekvencije  $f < \frac{W_i}{h}$  neće moći „izbiti“ nijedan elektron, NEOVISNO o intenzitetu svjetlosti (jer niti jedan pojedinačni foton nema dovoljnu energiju!)
  - kinetička energija SVAKOG pojedinačnog izbijenog elektrona bit će jednaka:  $E_k = h \cdot f - W_i$  ! („višak“ energije)
- dakle ovisit će o frekvenciji zračenja, a ne o intenzitetu (o intenzitetu će ovisiti samo KOLIČINA „izbijenih“ elektrona, ne njihova pojedinačna energija)



Primjer: Koliki je izlazni rad bakra, ako iz njega „izlaze“ elektroni (maksimalnom) brzinom od  $0.73 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$  kada ga se obasja svjetlošću valne dužine  $200 \text{ nm}$ ?

(UV)

$$\text{I)} \quad v_{\max} = 0.73 \cdot 10^6 \frac{m}{s} \Rightarrow E_{k, \max} = \frac{m_e \cdot v^2}{2}$$

$$\Rightarrow E_{k, \max} = \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (0.73 \cdot 10^6)^2}{2} = \boxed{2.43 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1.52 \text{ eV}$$

$$\text{II)} \quad \lambda = 200 \text{ nm} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} \text{ (iz } c = \lambda \cdot f \text{)}$$

$$\Rightarrow E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = \boxed{9.94 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

$$= 6.21 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow W_i = E_f - E_{k, \max} = \underline{\underline{7.51 \cdot 10^{-19} \text{ J}}} = \boxed{4.69 \text{ eV}} \quad !$$

→ Kolika je GRANIČNA FREKVENCIJA za bakar?

To je frekvencija svjetlosti ispod koje fenomen prestaje...

$$\Rightarrow E_k \approx 0 \text{ (nema „viška“)} \rightarrow h \cdot f_g = W_i + 0 \rightarrow f_g = \frac{W_i}{h}$$

$$\underline{\text{Za bakar:}} \quad f_g = \frac{7.51 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 1.13 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\rightarrow \lambda_g = \frac{c}{f_g} \approx \underline{\underline{265 \text{ nm}}} \quad \text{(UV)}$$

Za primijetiti: UV fotoni  $\approx 10^0 - 10^1 \text{ eV}$

## V) Valna priroda materije

- za svjetlost pokazano da su čestice i da vrijedi:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \left( \begin{array}{l} \text{iz } E = h \cdot f, c = \lambda \cdot f \\ \text{i } E = p \cdot c \text{ za } m = 0 \end{array} \right)$$

- De Broglie hipoteza (1924.) - **VRJEDI OPĆENITO!**

→ dade i za maseve čestice/tijela s  $p = \gamma \cdot m \cdot v$

→ čestice pokazuju valna svojstva → **DUALNOST!**

→ iako nije bilo eksperimentalnog povoda ni potrebe za takvu hipotezu, uglavnom njegovu intuiciju i inspiraciju, imao je neke uvjerljive argumente, na primjer...

→ primjena hipoteze za Bohrov model - "posebne" orbite

elektrona u kojima ne zrače su one u kojima "valna dužina elektrona" (ma što god to značilo) čini STOJNI VAL

→ matematički:  $n \cdot \lambda_e = 2 \cdot r_n \cdot \pi$

$$\Rightarrow n \cdot \frac{h}{p_e} = 2 \cdot r_n \cdot \pi \Rightarrow \boxed{r_n \cdot p_e = n \cdot \frac{h}{2\pi}}$$

(2. Bohrov postulat!)

→ konačni, eksperimentalni **DOKAZ**: OGIB ELEKTRONA (1927.)

→ Youngov pokus gdje je rešetka KRISTALNA rešetka (atomi)

→ razvoj ELEKTRONSKOG MIKROSKOPA!

# - SCHRÖDINGEROVA JEDNADŽBA (1925.) $\left[ \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi \right]$

→ diferencijalna jednačina čije rješenje je tzv.

VALNA FUNKCIJA ( $\psi(\vec{r}, t)$ ) koja u POTPUNOSTI opisuje stanje fizikalnog sustava u prostoru i vremenu

→ valna funkcija je KOMPLEKSNA, u smislu da je kodomena (output) skup  $\mathbb{C}$ , a ne  $\mathbb{R}$ !

→ informacije o sustavu (lokacija, količina gibanja, ...)

dobijaju se primjenom matematičkih operatora na tu valnu funkciju (neka napredna matematika)

→ iako je funkcija kompleksna ( $\mathbb{C}$ ), rezultati ovih operacija će uvijek biti realni ( $\mathbb{R}$ )... Čudno ne?

Dakle, sva materija su nekakvi valovi (čega ??), koji se opisuju kompleksnim brojevima, ali uvijek daju realne rezultate za fizikalne opservable (mjerljiva svojstva)...

# VI) Osnovni principi kvantne mehanike (QM)

## 1) KVANTIZIRANOST stanja (energija) fizikalnih sustava

**FIZIKALNI SUSTAV** - ono što promatramo, bilo što  
(čestica, plin, rijeka, most, planet, ...)

**STANJE** sustava - taj sustav u tom trenutku, sve  
moguće informacije o njemu

Fizikalni sustavi jednostavno **NE MOGU** postojati u bilo  
kojem stanju, postoje različita ograničenja. Neke  
od njih neke sustave ograničavaju i na  
prebrojivo mnogo ili čak konačno mnogo stanja!

## 2) SUPERPOZICIJA stanja

Fizikalni sustav može biti u stanju koje je **ZBROS**  
drugih dva (ili više) dozvoljenih stanja (kao vektori!)

na primjer: stanje  $\Psi_{x_1}$  - čestica je u točki  $x_1$

stanje  $\Psi_{x_2}$  - čestica je u točki  $x_2$

(dozvoljeno stanje)  $\Psi = \Psi_{x_1} + \Psi_{x_2}$  - čestica je ... ?? GDJE ??

$\Rightarrow$  ni u  $x_1$ , ni u  $x_2$ , ni u i  $x_1$  i  $x_2$ , ni  
niti u  $x_1$  niti u  $x_2$  **NEGO ...**

U SUPERPOZICIJI bivanja u  $x_1$  i  $x_2$  ! (ma što god  
to značilo)

### 3) HEISENBERGOV PRINCIP NEODREĐENOSTI (1927.)

Neka svojstva („observable“) fizikalnih sustava nije moguće ISTOVREMENO proizvoljno/apsolutno precizno odrediti ili predvidjeti! ▼

- primjeri : - pozicija ( $x$ ) i količina gibanja ( $p$ )

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad \left( \hbar = \frac{h}{2\pi} \right)$$

- energija ( $E$ ) i vrijeme ( $t$ )

$$\left[ \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \right]$$

- odatle točno to dolazi ovisi o INTERPRETACIJI kvantne mehanike, ali svakako je FUNDAMENTALNO OGRANIČENJE, ne tehnološko! ▼

- treba imati na umu da SVAKO mjerenje nužno UTJEČE na sustav koji biva mjeren, jer svaki mjerni uređaj ili postupak je drugi fizikalni sustav, sa svojim stanjem i valnom funkcijom, koji sa mjerenim sustavom interagira (medudjeluje)! ▼

#### 4) BORNOVO PRAVILO [ $p = |\psi|^2$ ]

Vjerojatnost da će „mjerenje“ nekog svojstva dati neki točno određeni rezultat (jer „kazaljka“ mora pokazivati negdje, detektor mora detektirati česticu negdje, ne može „u superpoziciji“)

- Ako pokušate izmjeriti neko svojstvo utjecat ćete na sustav (mjernim uređajem/postupkom) tako da će on prijeći u stanje u kojem je to svojstvo točno (brojčano) određeno → tzv. KOLAPS VALNE FUNKCIJE

(ali onda neka druga svojstva neće biti točno određena, odnosno neće, u klasičnom smislu, postojati → HEISENBERG!)

⇒ tzv. PROBLEM MJERENJA - kako se to točno događa, jer Schrödingerova jednačina je DETERMINISTIČKA (u potpunosti određena, bez vjerojatnosti i nasumičnosti) i KONTINUIRANA (u vremenu), a taj „kolaps“ je (naizgled) SKOKOVIT i PROBABILISTIČKI (Bornovo pravilo - vjerojatnost!)

Einstein (Bornu): „God does not play dice.“  
(Bog se ne kocka.)

Schrödingerova mačka - najpoznatiji primjer „problema mjerenja“ ...

→ Može li mačka biti u superpoziciji stanja „živa“ i „mrtva“ ??

[ odgovor je: NE, ali objašnjenje zašto i kako nije jednostavno, jednoznačno niti oko njega postoji konsenzus! ]

## 5) PAULIJEV PRINCIP ISKLJUČENJA

→ dvije „čestice“ ne mogu biti u IDENTIČNOM stanju  
(na istom mjestu u isto vrijeme i da je sve drugo isto)

→ vrijedi samo za NEKE čestice - FERMIONI  
(elektroni, protoni, neutroni... ali NE fotoni)

itd. ...

[ Ne postoji opće prihvaćeni i jednoznačan skup principa / počela kvantne mehanike, djelomično i jer ju još ne „razumijemo“ do kraja, tj. filozofski zadovoljavajuće, i ne slažemo se oko „točne“ interpretacije, niti da li tačno što uopće postoji ... ]

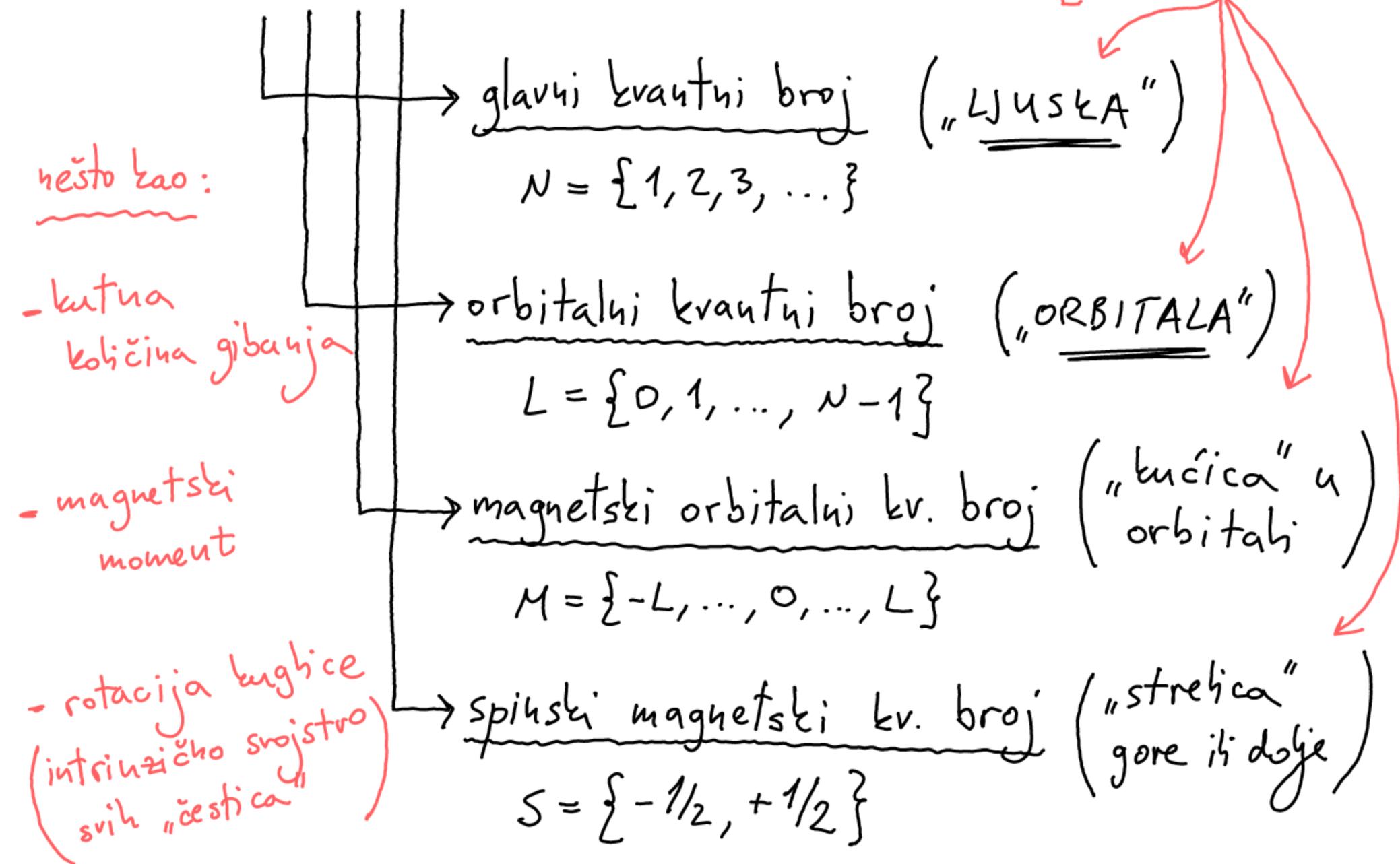
## VII) Kvantni model atoma

$$\rightarrow \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V \cdot \psi = i\hbar \frac{d}{dt} \psi \right]$$

- stanja su zapravo rješenja Schrödingerove jedn. s EM potencijalnom energijom  $\left( V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze \cdot q}{r}, \text{ za atom vodika} \right)$
- stanja su KVANTIZIRANA, dakle ima ih prebrojivo mnogo i mogu se "prebrojati" pomoću 4 indeksa (N, L, M; S):

$$\Rightarrow \psi_{N,L,M,S}(x,y,z,t)$$

[POVEZICA-KEMISA]



- to su moguća stanja elektrona oko jezgre...

(samo po jedan u svakom stanju  $\rightarrow$  PAULIJEV PRINCIP!)



- svako od tih stanja ima određenu ENERGIJU, a to znači točno određenu količinu gibanja ( $p$ ), ali to znači i potpuno NEODREĐENI POLOŽAJ ( $\vec{r}$ ) (zbog HEISENBERGOVA principa) ... Kaj?!
- prijelazi između stanja različitih energija odvijaju se putem apsorpcije ili emisije FOTONA (slično kao Bohrov model), samo što ti procesi imaju određene, RAZLIČITE vjerojatnosti, za različita početna i konačna stanja (BORNOVO pravilo)
  - ⇒ točna reprodukcija INTENZITETA emisijskih i apsorpcijskih linija u spektrima (ono što Bohrov model nije mogao)
  - + otkriće i objašnjenje dodatnih fenomena...

# → Interakcija (kvantnih) atoma s fotonima

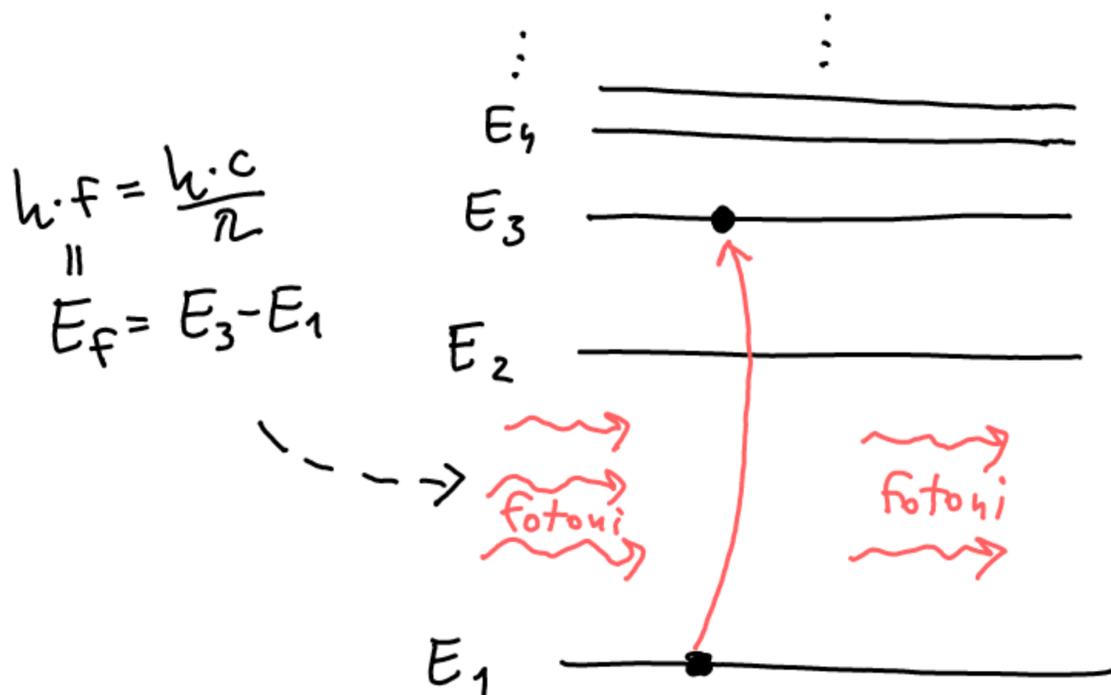
## 1) APSORPCISA

- prijelaz elektrona u atomu iz stanja niže energije ( $E_i$ ) u stanje više energije ( $E_j$ ) „upijanjem“ JEDNOG fotona ( $h \cdot f$ ) energije:  $E_f = E_j - E_i$  !

⇒ objašnjava tamne linije u apsorpcijskim spektrima RIJETKIH PLINOVA ( $\approx$  pojedinačni atomi)

- vjerojatnost jednog takvog prijelaza ovisi o količini fotona koji odgovaraju energiji/valnoj dužini tog prijelaza, ALI i o KOEFICIJENTU APSORPCIJE ( $B_{ij}$ ) za taj prijelaz koji opisuje koliko „rado“ ili „lako“ atom radi taj prijelaz/skok ...

⇒ posljedica: neće sve apsorpcijske linije u spektru biti jednako „tamne“



## 2) SPONTANA EMISIJA

- prijelaz elektrona u atomu iz stanja više energije ( $E_j$ ) u stanje niže energije ( $E_i$ ) „izbacivanjem“ jednog fotona ( $h \cdot f$ )

energije:  $E_f = E_j - E_i$  !

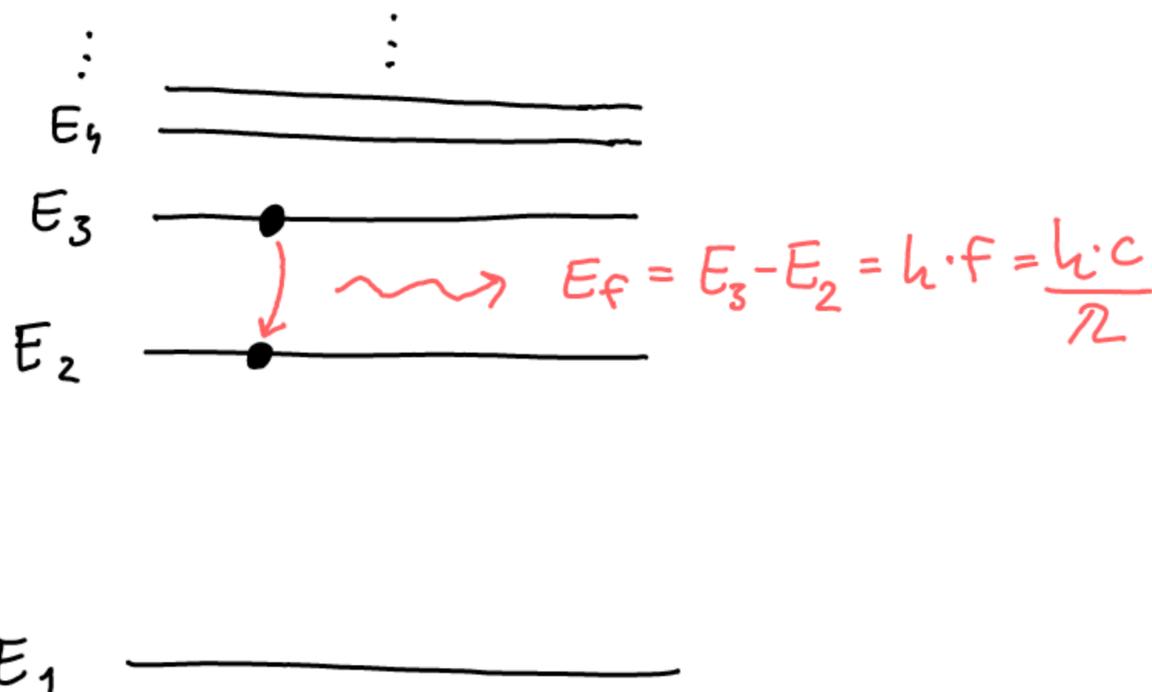
⇒ objašnjava linije u emisijskim spektrima POBUĐENIH rijetkih PLINOVA ( $\approx$  pojedinačni atomi u NEOSNOVNIM stanjima)

- vjerojatnost jednog takvog prijelaza određena je SAMO KOEFICIJENTOM SPONTANE EMISIJE ( $A_{ji}$ ) tog prijelaza

⇒ VRJEME ŽIVOTA nekog stanja - koliko dugo (prosječno) atom provede u nekome stanju prije spонтанe emisije

⇒ posljedica: neće sve emisijske linije biti jednako „svijetle“

- takav foton biva izračen u nasumičnom smjeru i s nasumičnom fazom i polarizacijom !



### 3) STIMULIRANA EMISIJA

- prijelaz elektrona u atomu iz stanja više energije ( $E_j$ ) u stanje niže energije ( $E_i$ ) „izbacivanjem“ jednog fotona ( $h \cdot f$ ) energije:  $E_f = E_j - E_i$  (isto kao kod spontane emisije)
- za razliku od spontane emisije, vjerojatnost ovog procesa OVISI O KOLIČINI PRISUTNIH FOTONA čija energija odgovara energiji prijelaza (kao kod apsorpcije)

Drugim riječima: prisutnost fotona POTIČE prijelaze koji odgovaraju energiji tih fotona, kako „prema gore“ (apsorpcija) isto tako i „prema dolje“ (emisija)

- koeficijent stimulirane emisije JEDNAK je koeficijentu apsorpcije ( $B_{ji} = B_{ij}$ ) - to je shvatio EINSTEIN (1917.) na osnovu nužnosti mogućnosti postizanja ravnoteže!
- takav foton biva izračen u ISTOM smjeru i s istom fazom i polarizacijom kao i foton koji je „potaknuo“ njegovo nastajanje → njegov „duplic“ / „klon“

⇒ osnova rada LASERA (koherentno zračenje)

(Google it)

## VIII) Interpretacije i "problemi" kvantne mehanike

### 1) Standardna (Kopenhagenska) interpretacija

(začetnici BOHR i HEISENBERG na samom početku...)

- Priroda je fundamentalno kvantna (dakle to je "prava" istina, ne samo neka efektivna teorija koja opisuje našu nemogućnost boje i preciznije spoznaje/mjerenja)
  - SVE stvarne, fundamentalne informacije o svakom fizičkom sustavu sadržane su u njegovoj valnoj funkciji - NEMA SKRIVENIH VARIJABLI
  - Nekompatibilna makroskopska tj. klasična svojstva [tzv. konjugirane varijable, npr. POZICIJA ( $\vec{r}$ ) i KOLIČINA GIBANJA ( $\vec{p}$ )] u stvarnosti NITI NE POSTOJE istovremeno (tek kada se izmjeri jedno ono "postane", a time ono drugo "nestane")
- 

- Einsteinov prigovor (tzv. Einstein-Podolsky-Rosen [EPR] paradoks) (na kvantna teoriju općenito, a ovu interpretaciju posebno)

Zamišljeni eksperiment s 2 čestice u "zapetljanom" stanju (ENTANGLED STATE - zapravo osmislio BOHM kasnije).

↳ superpozicija stanja u kojima su svojstva dvaju čestica suprotna (npr.  $|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle$  za spin)

Čestice pripravljene u tom stanju zajedno pa razdvojene (daleko) → mjerenje nad jednom ODMAH određuje ishod istog mjerenja nad drugom ...

⇒ pokazuje NELOKALNOST kvantne teorije !?  
(„Spooky action at a distance.“ - Einstein)

... iako ispada da se ne kosi s STR!

(jer čestice na početku moraju biti blizu, a ne može ih se razdvojiti brzinom većom od  $c$ , dakle informacije ne putuju brzinom većom od  $c$ )

▼ Einstein tvrdi da bi razumna/smislena/prava

teorija fizikalne stvarnosti trebala biti REALISTIČKA i LOKALNA (tzv. lokalni realizam).

↳ mjerljiva svojstva su uvijek određena, pa i kad ih se ne mjeri

↳ interakciju nešto mora prenositi, a ništa se ne može kretati brže od brzine svjetlosti, pa ni informacija

→ Kvantna teorija nije niti jedno (po Einsteinu)

## Bellov teorem i nejednačnost (1964.)

Zamišljeni eksperiment koji dokazuje (matematički) da ako postoji neka REALISTIČKA teorija koja je fundamentalnija od kvantne (ima tzv. skrivene varijable) da je ona NUŽNO NELOKALNA!

⇒ DOKAZ da priroda/svemir NIJE LOKALNO REALAN!

[ ... ali se u praksi tako ponaša!  
Kvantna teorija je efektivno/praktično lokalna, a realizam ovisi o interpretaciji ... ]

→ potvrđena je eksperimentalno (i neke naprednije verzije) pomoću „entangled“ stanja ...

(Nobelova nagrada 2022. - Clauser, Aspect, Zeilinger !)

## 2) Bohm - De Broglie interpretacija („pilot-wave“ teorija)

- matematički ekvivalentna kvantnoj teoriji!
- eksplicitno REALISTIČKA (svojstva stalno postoje i dobro su definirana) i NELOKALNA (sve stalno i trenutno utječe na sve drugo, bez obzira na udaljenost, preko KVANTNOG POTENCIJALA)
- taj „kvantni potencijal“ ponaša se kao neki „navodeći val“ koji česticama pokazuje/upravlja kuda trebaju ići (odavle ime „pilot-wave“)
- postoje trajektorije (putanje) čestica, ali su JAKO čudne ...
- jako je nespretno s njom raditi (računati), ali ima određenu filozofsku privlačnost (nekima) ...
- postoji analogni sustav u makroskopskoj fizici koji omogućava vizualizaciju i direktno proučavanje - kapljice ulja na vibrirajućem bazenu! (YT-Veritasium)

Postoji još JAKO PUNO interpretacija kvantne teorije  
(npr. consistent histories, many-world interpretacija itd.), ali to  
nije previše važno (za sad... ljudi vole SF i filozofirati)

ZAPRAVO treba „objasniti“ KVANTNU TEORIJU POLJA, jer je  
to trenutna teorija svijeta!

(o tome nešto malo više na samom kraju predmeta)